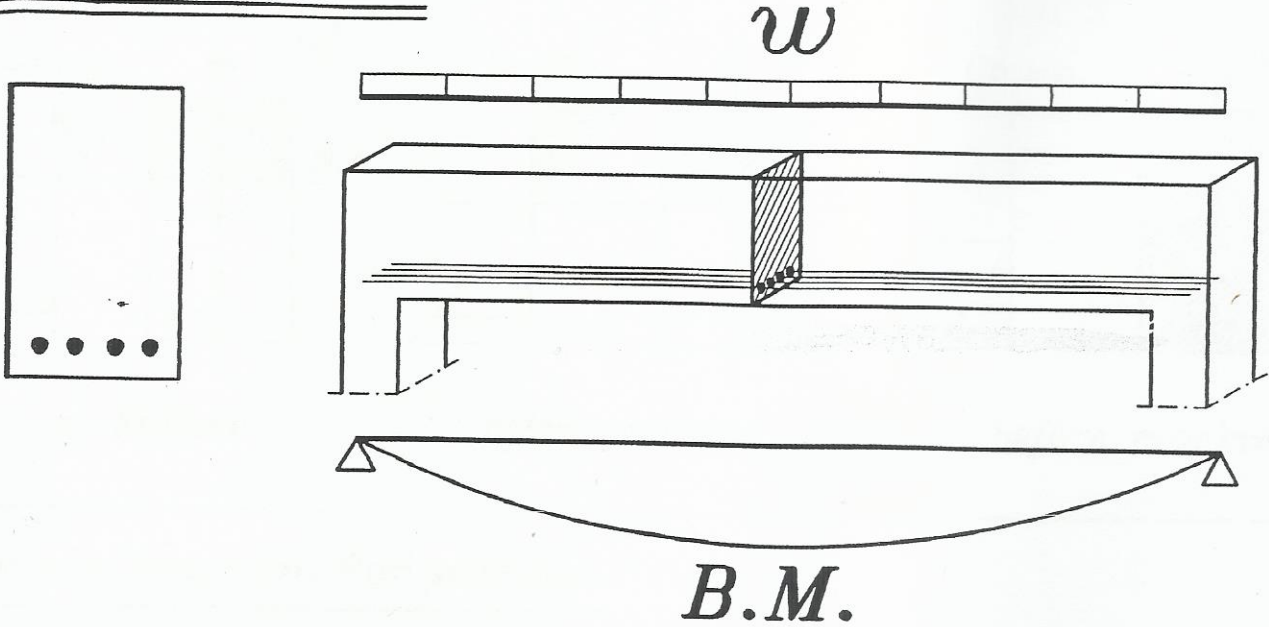


$M_{cr.} \& M_w$

Introduction.



كثيرا ما نحتاج لحساب قوه تحمل مقاطعات الكمره للعزوم المؤثره عليها .  
أى نحتاج لحساب أكبر عزوم يستطيع القطاع تحملها فى الحالات المختلفه مثل :

1- ( $M_{cr.}$ ) Cracking Moment

( $M_{cr.}$ ) هو العزم الذى تبدأ عنده الخرسانه من جهه الشد فى التشرخ .

2- ( $M_w$ ) Working Moment

( $M_w$ ) هو أكبر عزم مسموح به للكمرات الشفاله و الذى يجعلها Just safe

و اذا عرض القطاع لعزم أكبر من ( $M_w$ ) يكون unsafe فى طريقه W.S.D.M.

Working Stress Design Method

3- ( $M_{ult}$ ) Ultimate Moment.

( $M_{ult}$ ) هو أكبر عزم يتحمله القطاع و اذا تعرض القطاع لعزم أكبر ينهار .

4- ( $M_{U.L.}$ ) Ultimate Limits Moment.

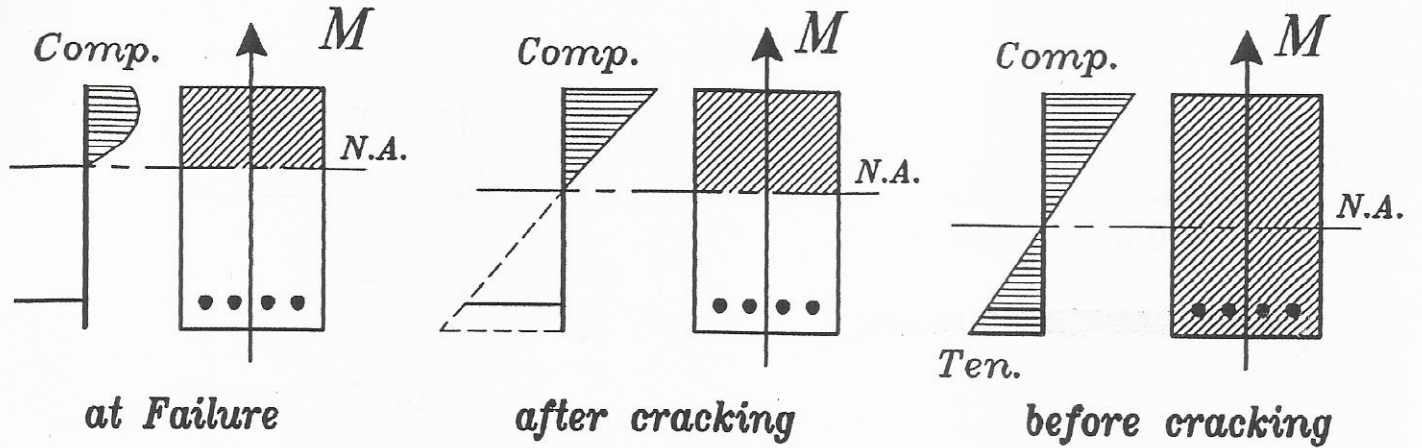
( $M_{U.L.}$ ) هو أكبر عزم مسموح به للكمرات الشفاله و الذى يجعلها Just safe

و اذا عرض القطاع لعزم أكبر من ( $M_{U.L.}$ ) يكون unsafe فى طريقه U.L.D.M.

Ultimae Limits Design Method

و لكي نستطيع أن نحسب العزوم التي يتحملها القطاع .  
يجب أولاً دراسته بعض خواص الخرسانه و الحديد المستخدمين في القطاع .  
و أيضاً دراسته بعض الخواص الهندسيه للقطاع و معرفه بعض المبادئ الاساسيه للعناصر الانشائيه .

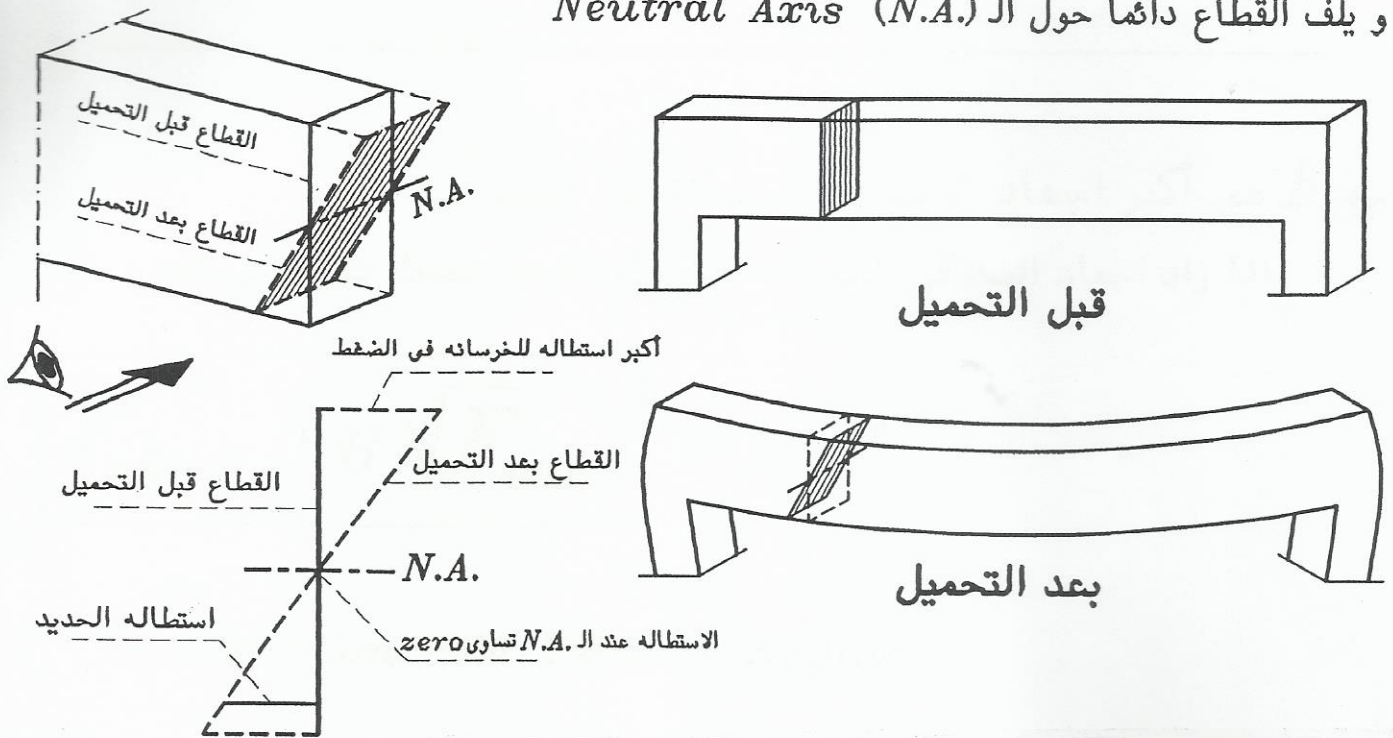
### Stress Diagram For section under Bending Moment only.



### Strain Diagram For sections.

#### Elastic Theory.

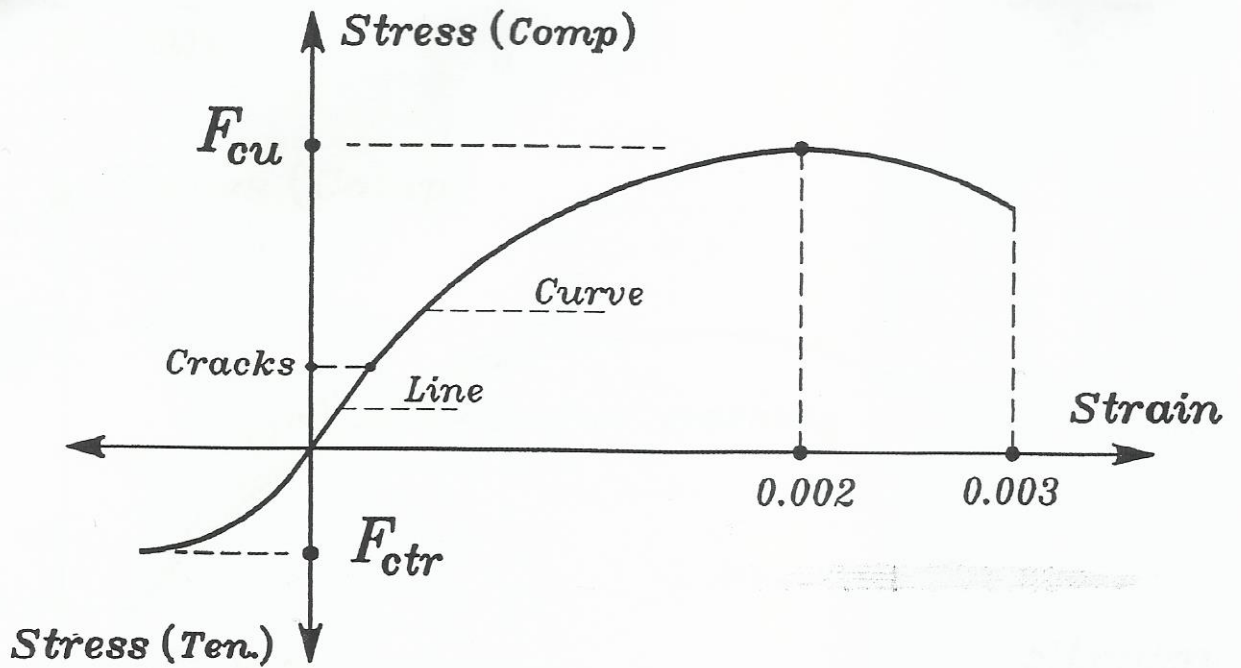
هي نظريه تعتمد على أن شكل القطاع المستوي قبل تحميل الكمره يظل مستوي بعد التحميل .  
و يلف القطاع دائماً حول ال *Neutral Axis (N.A.)*



### Strain Diagram.



## Stress – Strain Curve For Concrete.



$F_{cu}$  هي أكبر اجهاد تتحمله الخرسانه في الضغط  
و تتوقف قيمتها على تصميم الخلطة الخرسانيه .

رتبه الخرسانه							
$F_{cu}$ (N/mm <sup>2</sup> )	18	20	25	30	35	40	45

$F_{ctr}$  هي أكبر اجهاد تتحمله الخرسانه في الشد .

واذا زاد اجهاد الشد في الخرسانه عن هذه القيمه تحدث شروخ في الخرسانه.

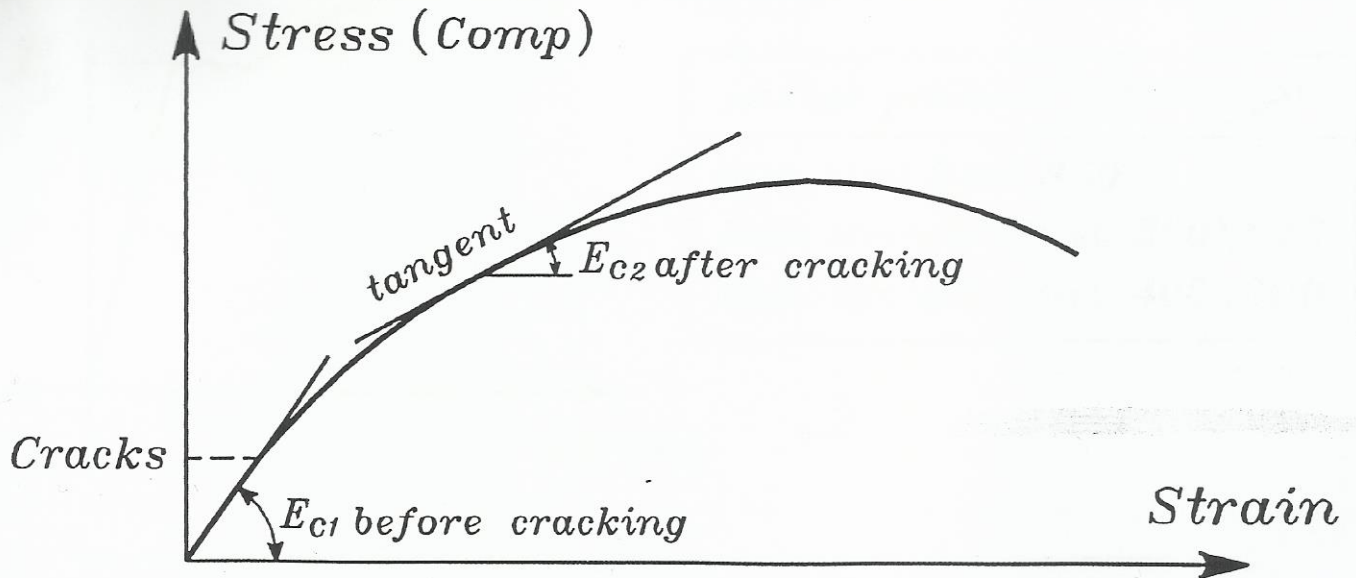
$$F_{ctr} = 0.6 \sqrt{F_{cu}} \text{ N/mm}^2$$

$F_{ctr}$  (Concrete Tension Rupture)

## Modules of elasticity of Concrete. ( $E_c$ )

$$E = \frac{\text{stress}}{\text{strain}}$$

معايير مرونة الخرسانة



$$E_{c1} = 4400 \sqrt{F_{cu}} \text{ N/mm}^2$$

$E_{c1}$  = modules of elasticity of concrete before craking.

و هو عبارته عن ميل خط ال stress-strain curve قبل التشريح .

$E_{c2}$  = modules of elasticity of concrete after craking. :

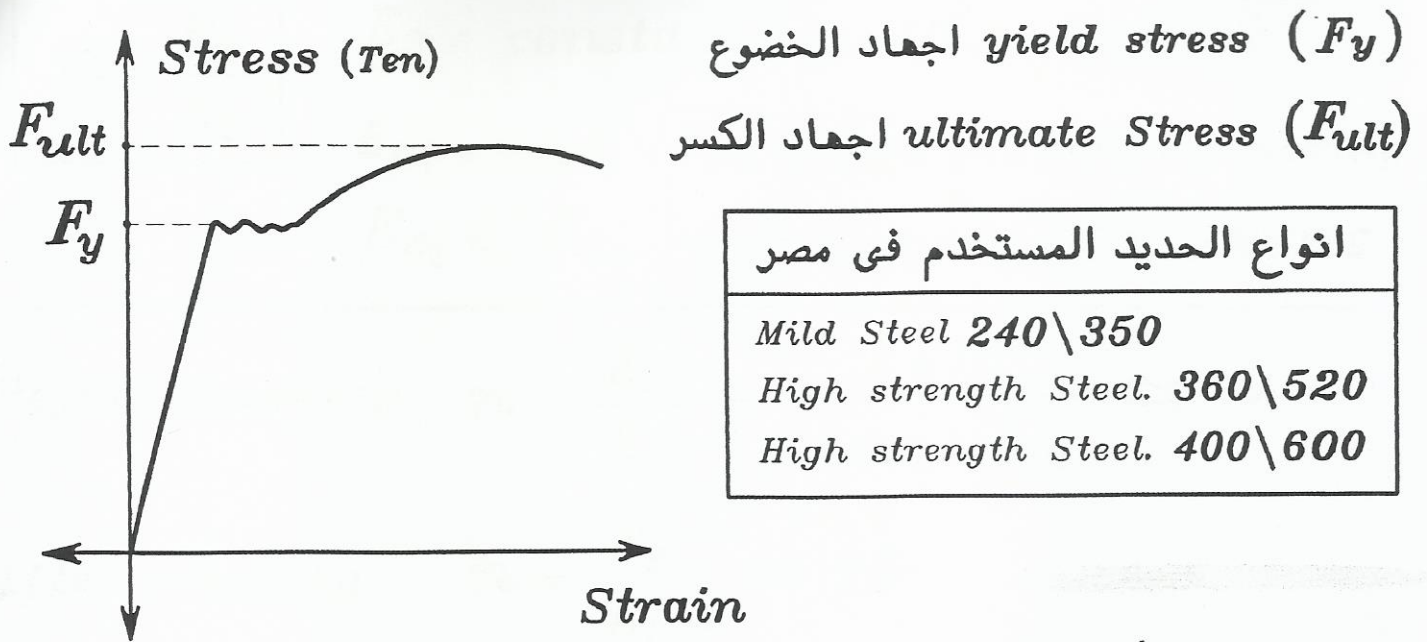
و هو عبارته عن ميل المماس لا curve عند أى نقطه بعد التشريح .

و لا يوجد لها معادله هى فقط ميل مماس ال curve عند النقطه المحسوب عندها  $E$

$$E_{c2} < E_{c1}$$



## Stress-Strain Curve For Steel in Tension.



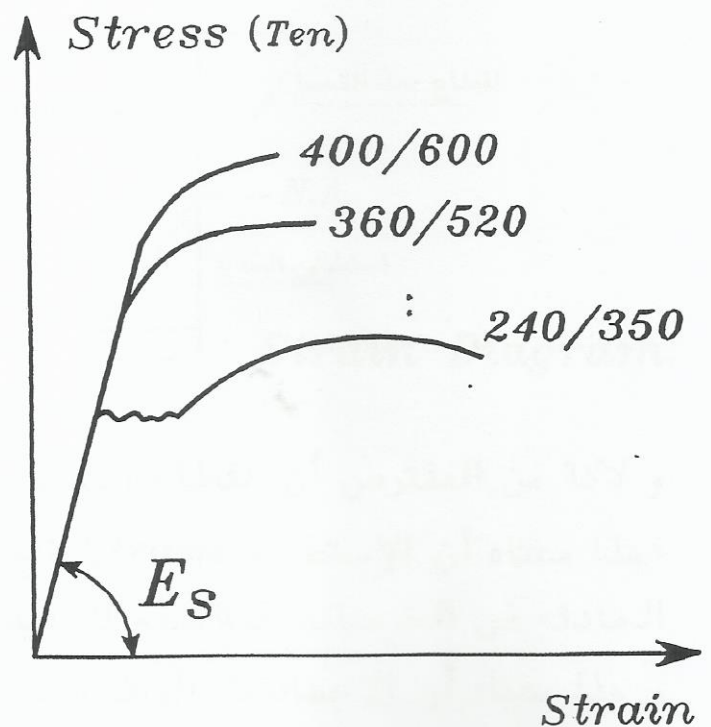
## Modules of elasticity of Steel. ( $E_s$ )

معايير مرونة الحديد

For all types of steel

$$E_s = 2 * 10^5 \text{ N/mm}^2$$

$E_s$  (Young's Modules)



# Modular Ratio ( $n$ )

$$n = \frac{E_s}{E_c}$$

$$E_s = \text{constant} = 2 * 10^5 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{c1} = 4400 \sqrt{F_{cu}} \text{ N/mm}^2 \text{ --- before cracking}$$

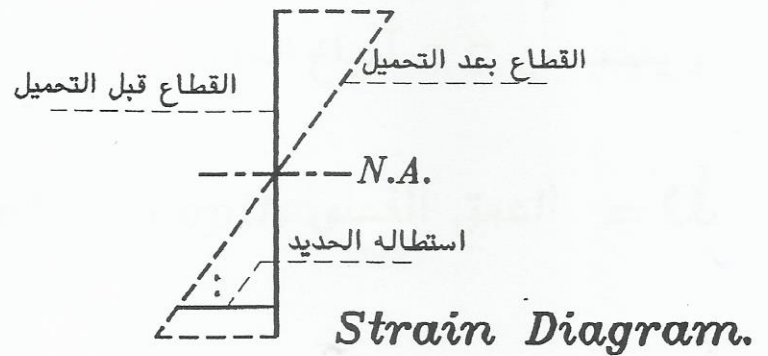
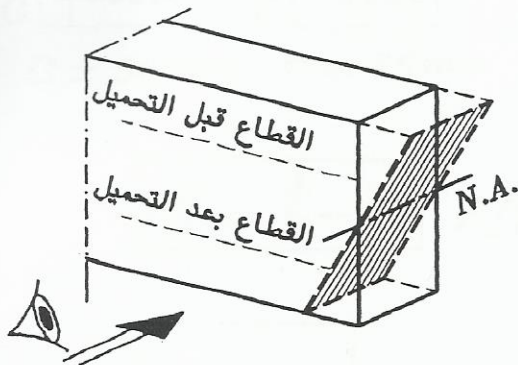
$$E_{c2} < E_{c1} \text{ ----- after cracking}$$

$$\text{Before cracking} \quad n = \frac{E_s}{E_{c1}} = \frac{2 * 10^5}{4400 \sqrt{F_{cu}}} \simeq 10$$

$$\text{After cracking} \quad n = \frac{E_s}{E_{c2}} \simeq 15$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{(\text{stress} \setminus \text{strain}) \text{ steel.}}{(\text{stress} \setminus \text{strain}) \text{ conc.}} = 10$$

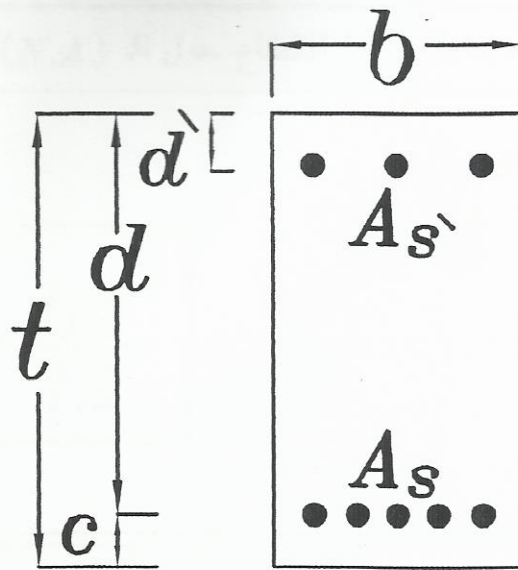
و معناه إنه إذا حدث للحديد نفس الإستطالة الحادثة للخرسانه سوف يكون على الحديد إجهادات ( $n$ ) مره الإجهادات الواقعه على الخرسانه.



و لآنة من المفترض أن القطاع المستوى قبل التحميل يظل مستوى بعد التحميل فهذا معناه أن الإستطالة  $Strain$  الحادثة فى الحديد هى نفس الإستطالة الحادثة فى الخرسانه الملاصقه للحديد.

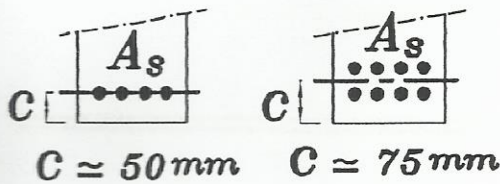
و هذا معناه أن الاجهادات الواقعه على الحديد تساوى ( $n$ ) مره الاجهادات الواقعه على الخرسانه الملاصقه له .

## Important Symbols. رموز هامة



$b$  = عرض القطاع Width

$t$  = عمق القطاع Depth



$C$  = غطاء حديد الشد Tension cover  
و يحسب من C.G. أسياخ الحديد

$d = t - c$  = العمق الفعلى Effective depth

$d\' \approx 50 \text{ mm}$  = غطاء حديد الضغط Compression cover

$A_s$  = مساحة حديد الشد Area of tension steel

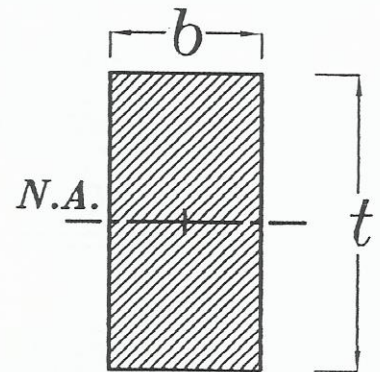
$A_s\'$  = مساحة حديد الضغط Area of compression steel



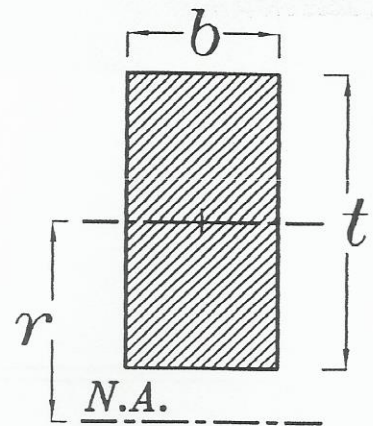
## Moment of Inertia.

ملحوظة دائما نحسب ال Inertia (I) للقطاع حول ال Neutral Axis (N.A.)

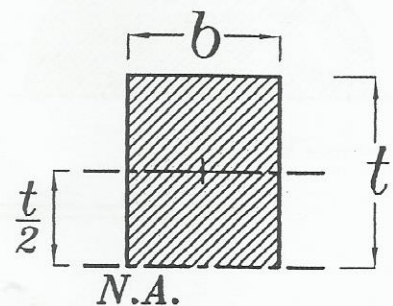
$$I = \frac{b t^3}{12}$$



$$I = \frac{b t^3}{12} + (b t) (r)^2$$

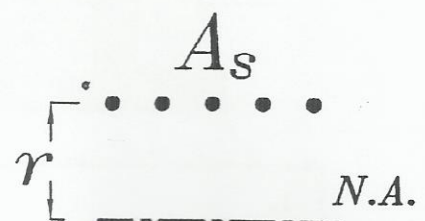


$$I = \frac{b t^3}{12}$$



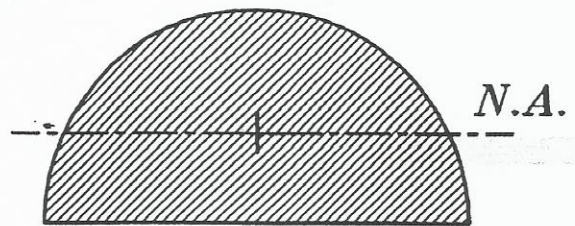
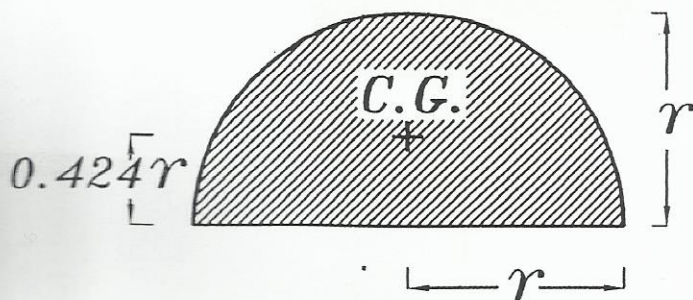
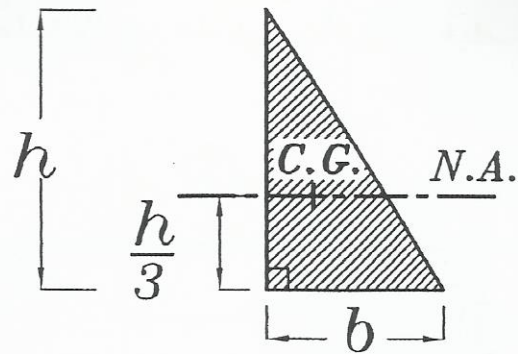
For Steel Bars.

$$I = A_s (r)^2$$



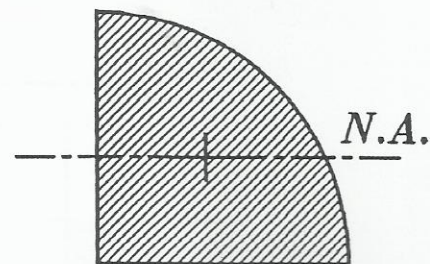
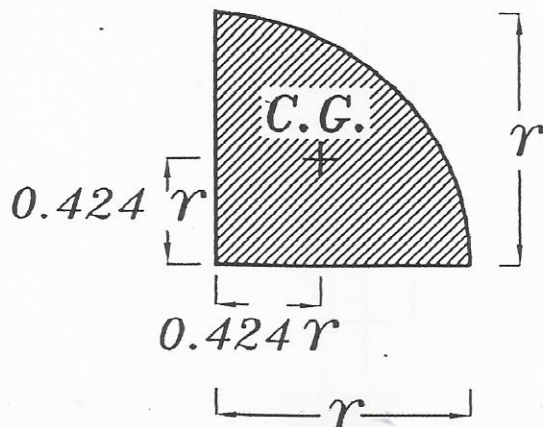
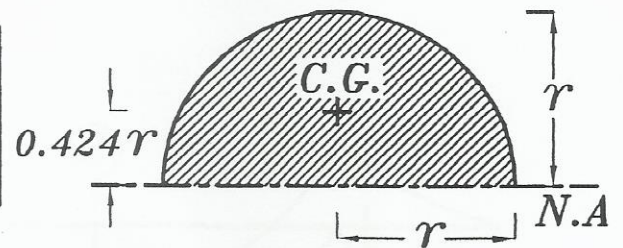
## Special Cases.

$$I_X = \frac{b h^3}{36}$$



$$I = 0.11 r^4$$

$$I = 0.11 r^4 + \left(\frac{\pi r^2}{2}\right) (0.424r)^2$$

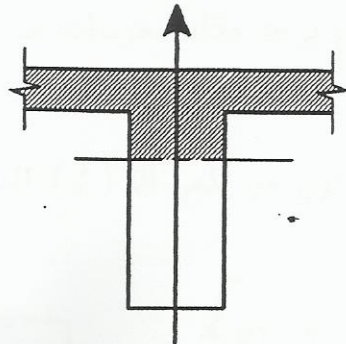
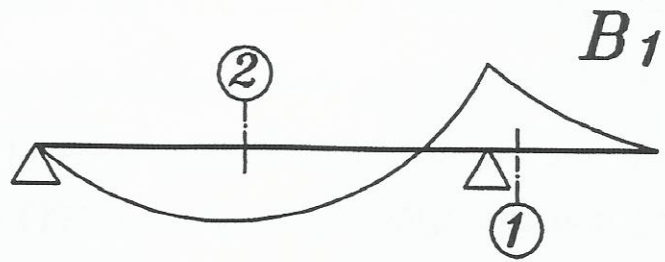
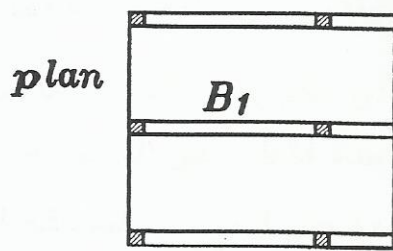


$$I_X = 0.055 r^4$$

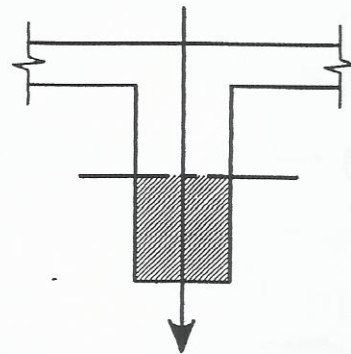


## Types of Sections. *R-Sec., T-Sec., L-Sec.*

Ⓐ *Intermediate Beam.* كمره وسطيه ( أى أن البلاطه من الإتجاهين )



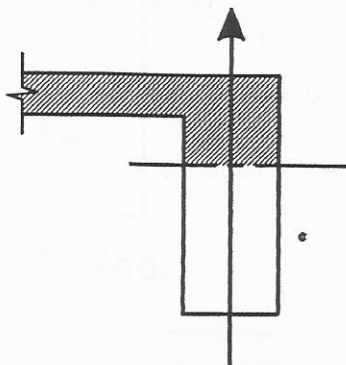
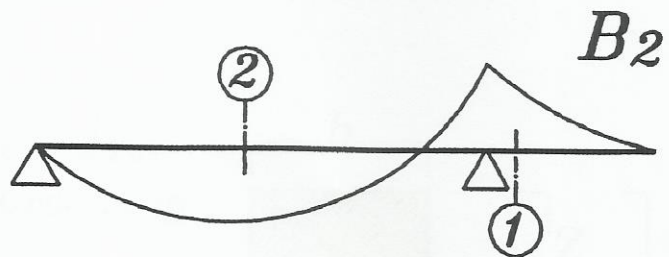
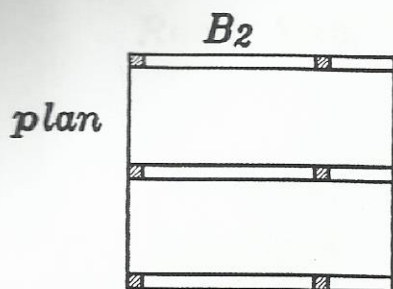
Sec. (2-2)  
*T - section*



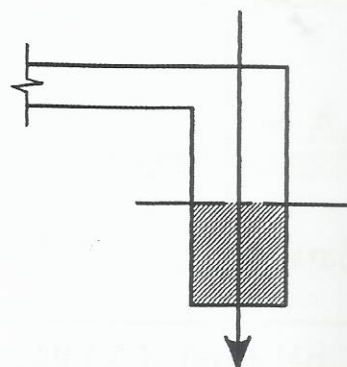
Sec. (1-1)  
*R - section*

Ⓑ *Edge Beam.*

كمره طرفيه ( أى أن البلاطه من جهة واحده )



Sec. (2-2)  
*L - section*

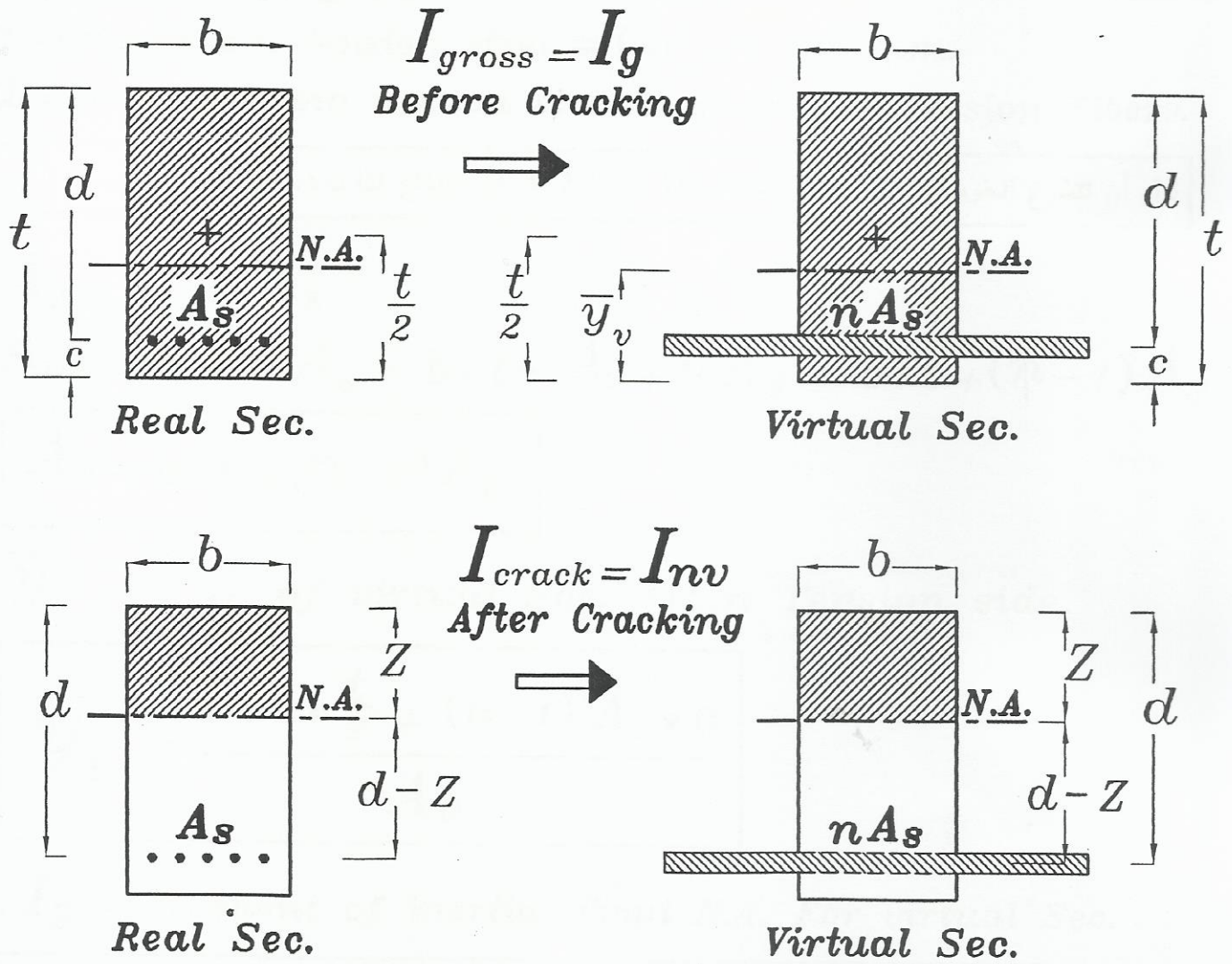


Sec. (1-1)  
*R - section.*



## Virtual Section. القطاع التخيلي

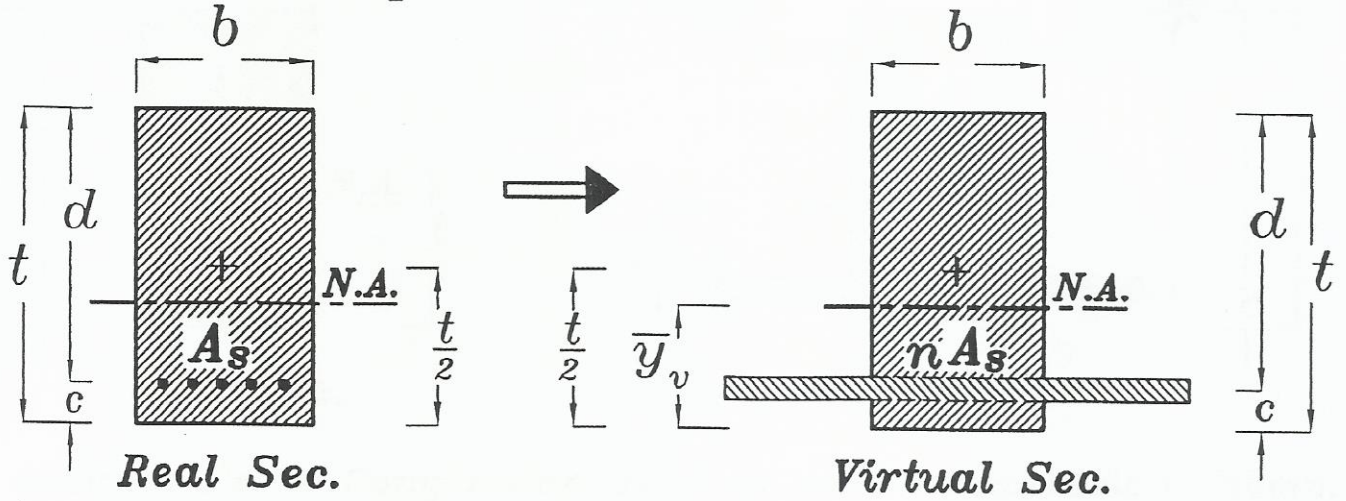
لحساب ال  $I$  Inertia لقطاع بالقوانين السابقة  
يجب أن يكون القطاع متجانس (homogeneous section) أى يتكون من مادة واحدة فقط  
أما إذا كان القطاع غير متجانس (heterogeneous section) أى يتكون من أكثر من مادة  
فيجب عمل حل تخيلى و هو بأفترض أن القطاع يتكون من مادة واحدة فقط و هى الخرسانه  
و لان الاجهادات الواقعه على الحديد تساوى ( $n$ ) مره الاجهادات الواقعه على الخرسانه الملاصقه له  
فمن الممكن ان نتخيل انه بدل الحديد الموجود فى القطاع يوجد مكانه خرسانه مساحتها ( $n$ ) مره مساحه  
الحديد و موضوعة فى نفس المكان  
بهذه الطريقه نستطيع حساب ال  $I$  للقطاع التخيلى فتكون هى نفس ال  $I$  للقطاع الحقيقى .



ملحوظه دائما نحسب ال  $I$  Inertia للقطاع حول ال Neutral Axis (N.A.)

## Before cracking. $I_g$

without compression steel  $A_s'$



$$n_{(\text{before cracking})} \simeq 10$$

$c$  = cover From tension steel  $\simeq (40 \rightarrow 50)$  mm.

$d$  = distance From tension steel to max compression Fibers.

قبل أن تتشقق الخرسانة يكون مكان ال (N.A.) عند ال (C.G.) للقطاع لذا نحدد  $\bar{y}$  قبل حساب ال (I)

$$A_c = b * t - A_s$$

$$A_v = A_c + n A_s = b * t - A_s + n A_s = b * t + (n - 1) A_s$$

$$A_v = b * t + (n - 1) A_s$$

$\bar{y}_t$  = C.G. of virtual Sec. From Tension side.

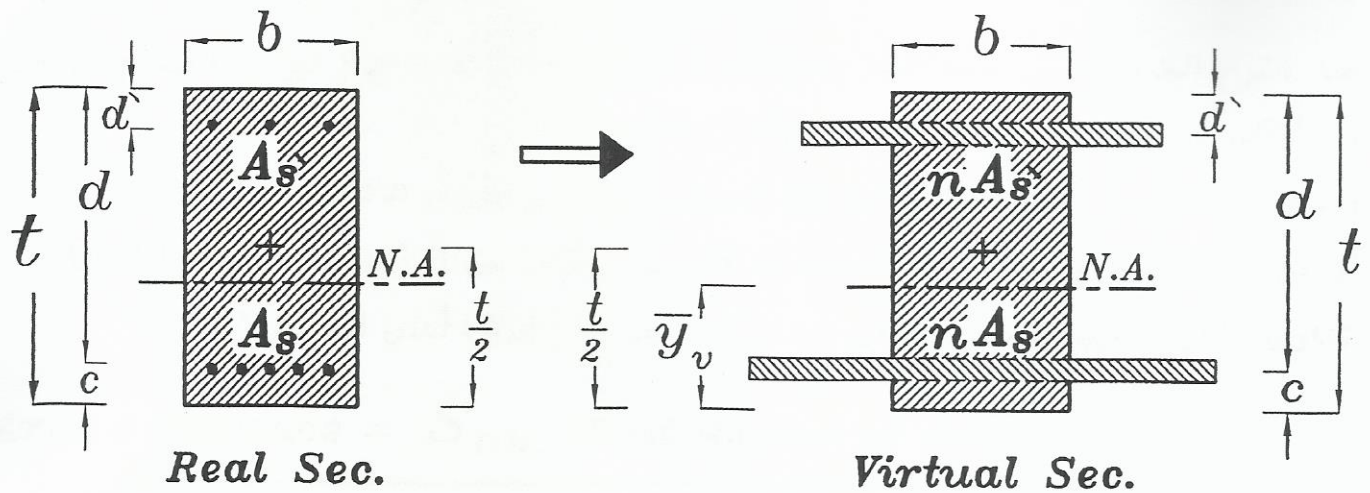
$$\bar{y}_t = \frac{b * t * \frac{t}{2} + (n - 1) A_s * c}{A_v}$$

$I_g$  = moment of inertia about N.A. For virtual Sec.

$$I_g = \frac{b * t^3}{12} + b * t \left( \frac{t}{2} - \bar{y}_v \right)^2 + (n - 1) A_s (\bar{y}_v - c)^2$$



with compression steel  $A_{s'}$



$d'$  = distance From Compression steel to max compression Fibers.

$$A_c = b * t - A_s - A_{s'}$$

IF  $A_{s'} < 0.2 A_s$   
 $\therefore$  We can neglect  $A_{s'}$

$$\begin{aligned} A_v &= A_c + nA_s + nA_{s'} \\ &= b * t - A_s - A_{s'} + nA_s + nA_{s'} \end{aligned}$$

$$A_v = b * t + (n-1)A_s + (n-1)A_{s'}$$

$\bar{y}_t$  = C.G. of virtual Sec. From Tension side.

$$\bar{y}_t = \frac{b * t * \frac{t}{2} + (n-1)A_s * c + (n-1)A_{s'} * (t-d')}{A_v}$$

$I_g$  = moment of inertia about N.A. For virtual Sec.

$$I_g = \frac{b * t^3}{12} + b * t \left( \frac{t}{2} - \bar{y}_v \right)^2 + (n-1)A_s (\bar{y}_v - c)^2 + (n-1)A_{s'} [(t-d') - \bar{y}_v]^2$$



## After cracking. $I_{nv}$

عند تشرخ الخرسانه من جهه الشد يتحرك ال (N.A.) جعه الضغط قليلا ليوازن القطاع من جديد و بالتالى لن يكون ال (N.A.) عند ال (C.G.) القديمه للقطاع و لكى نستطيع أن نحدد مكان ال (N.A.) الجديد نحدده عن طريق الاتزان أى يجب أن يكون مجموع ضرب المساحات فى بعد مركزها عن ال (N.A.) أسفل ال (N.A.) تساوى مجموع ضرب المساحات فى بعد مركزها عن ال (N.A.) أعلى ال (N.A.)

$$\text{Area} * \text{distance} = S_{nv}. \text{ (First Moment of Area)}$$

$$S_{nv. \text{ above (N.A.)}} = S_{nv. \text{ under (N.A.)}}$$

$n v.$  means about (N.A.) For Virtual section

### ① For R-Sec.

without compression steel  $A_s'$

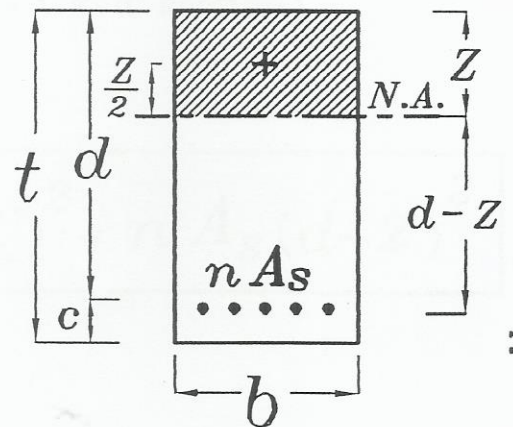
$$n (\text{after cracking}) \simeq 15$$

Get  $Z$  (From Comp. side)

by taking

$$S_{nv. \text{ above (N.A.)}} = S_{nv. \text{ under (N.A.)}}$$

$$b(z) \left(\frac{Z}{2}\right) = n A_s (d-Z)$$



Get  $I_{cr.} = I_{nv}$  (moment of inertia For cracked section)

$$I_{nv} = I_{cr.} = \frac{b Z^3}{3} + n A_s (d-Z)^2$$

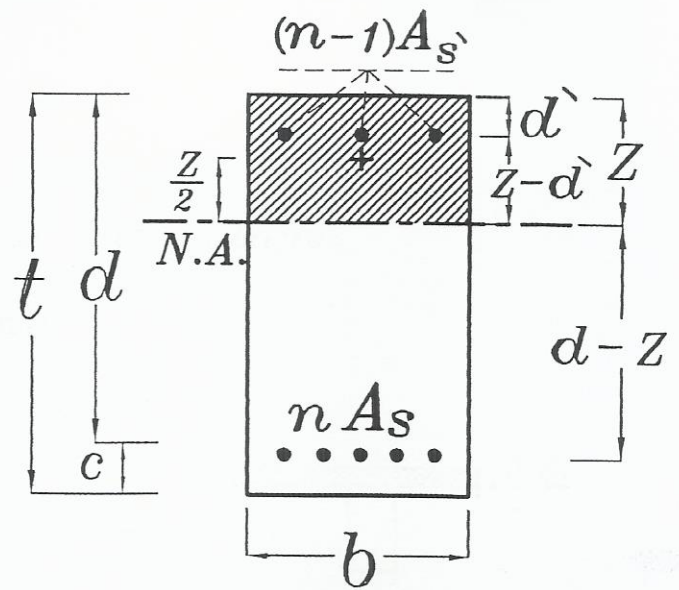
with compression steel  $A_s'$

$$\boxed{\text{IF } A_s' > 0.2 A_s}$$

$$n(\text{after cracking}) \approx 15$$

Get  $Z$  (From Comp. side)

$$\boxed{S_{nv. \text{ above (N.A.)}} = S_{nv. \text{ under (N.A.)}}}$$



$$\boxed{b \left( \frac{Z}{2} \right) + (n-1) A_s' (Z - d') = n A_s (d - Z)}$$

Get  $I_{cr.} = I_{nv}$  (moment of inertia For cracked section)

$$\boxed{I_{nv} = I_{cr.} = \frac{bZ^3}{3} + (n-1) A_s' (Z - d')^2 + n A_s (d - Z)^2}$$



## ② For T-Sec. or L-Sec.

### (Tension Steel only)

No Compression steel in T-sec. & L-sec.

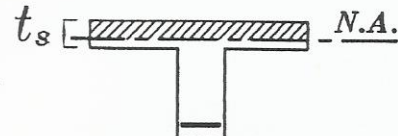
To know IF the N.A. above or under the Flange.

Assume that the N.A. is exactly at the Flange.

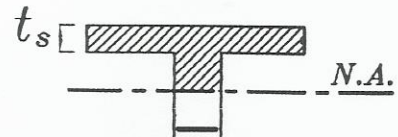
Calculate (First Moment of Area)  $S_{nv}$ .

above and under the Flange.

IF  $S_{nv}(\text{above}) > S_{nv}(\text{under}) \quad \therefore Z < t_s$



IF  $S_{nv}(\text{under}) > S_{nv}(\text{above}) \quad \therefore Z > t_s$



① IF  $S_{nv}(\text{above}) > S_{nv}(\text{under}) \quad \therefore Z < t_s$

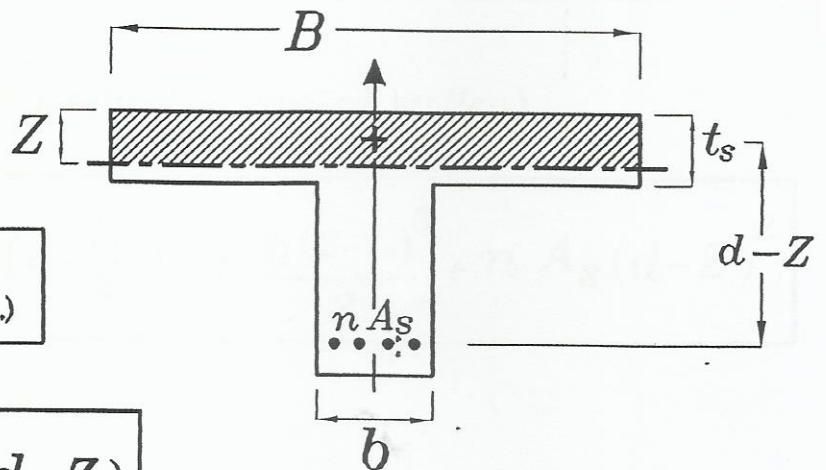
$\therefore$  The sec. will act the same as R-sec. but with width  $B$

$n$  (after cracking)  $\simeq 15$

Get  $Z$  (From Comp. side)

$$S_{nv. \text{ above (N.A.)}} = S_{nv. \text{ under (N.A.)}}$$

$$B(Z) \left( \frac{Z}{2} \right) = n A_s (d - Z)$$

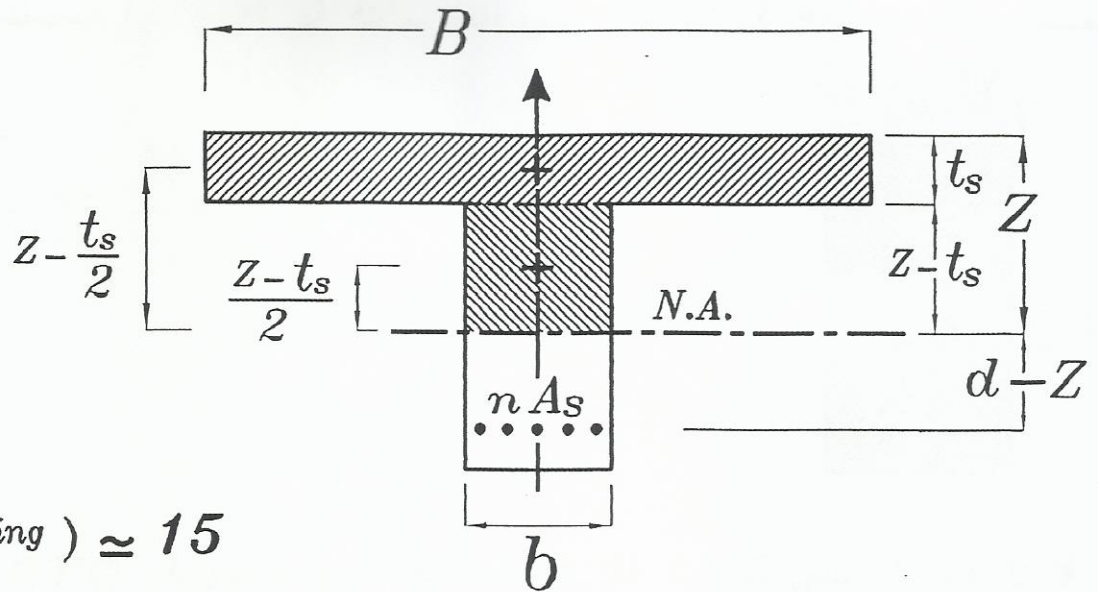


Get  $I_{cr.} = I_{nv}$  (moment of inertia For cracked section)

$$I_{nv} = I_{cr.} = \frac{B Z^3}{3} + n A_s (d - Z)^2$$



⑥ IF  $S_{nv. (above)} < S_{nv. (under)} \therefore Z > t_s$



$n$  (after cracking)  $\approx 15$

Get  $Z$  (From Comp. side)

$$S_{nv. \text{ above (N.A.)}} = S_{nv. \text{ under (N.A.)}}$$

$$B (t_s) \left( Z - \frac{t_s}{2} \right) + b (Z - t_s) \left( \frac{Z - t_s}{2} \right) = n A_s (d - Z)$$

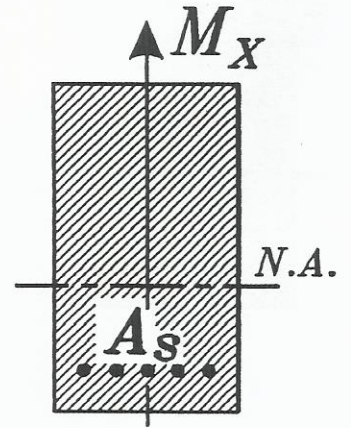
Get  $I_{cr.} = I_{nv}$  (moment of inertia For cracked section)

$$I_{nv} = I_{cr.} = \frac{B t_s^3}{12} + B (t_s) \left( Z - \frac{t_s}{2} \right)^2 + \frac{b (Z - t_s)^3}{3} + n A_s (d - Z)^2$$

## Calculation of Normal stress on Concrete & Steel.

لحساب ال Normal stress على الخرسانه فى أى قطاع نستخدم معادله :

$$F = -\frac{N}{A} \pm \frac{M_Y x}{I_Y} \pm \frac{M_X y}{I_X}$$



و لاننا نتحدث على كميرات فلا يوجد عليها قوى محوريه  $N = Zero$

$$\therefore F = \pm \frac{M_Y x}{I_Y} \pm \frac{M_X y}{I_X}$$

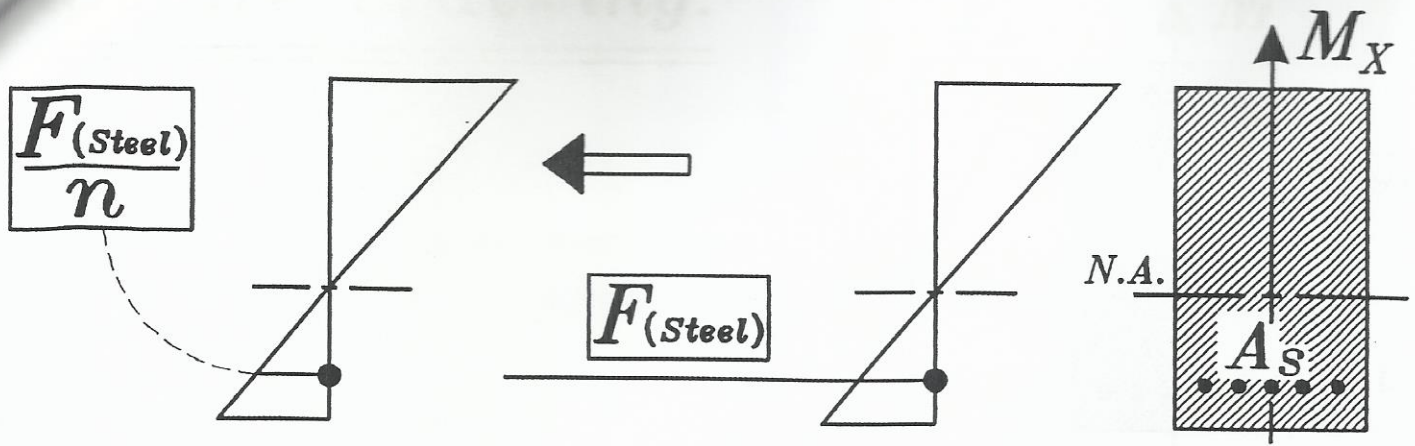
و لاننا نتحدث على أوزان فقط و لا نتحدث عن قوى افقيه فبالتالى يكون العزم رأسى فقط  $M_Y = Zero$

$$\therefore \boxed{F = \pm \frac{M_X y}{I_X}} \quad \text{Normal stress على الخرسانه}$$

و لان الاجهادات الواقعه على الحديد تساوى ( $n$ ) مره الاجهادات الواقعه على الخرسانه الملاصقه له.

$$\therefore \boxed{F = \pm n * \frac{M_X y}{I_X}} \quad \text{Normal stress على الحديد}$$





$$F = \frac{M y}{I} \quad (\text{Concrete})$$

$$F = n \frac{M y}{I} \quad (\text{Steel})$$

Where :

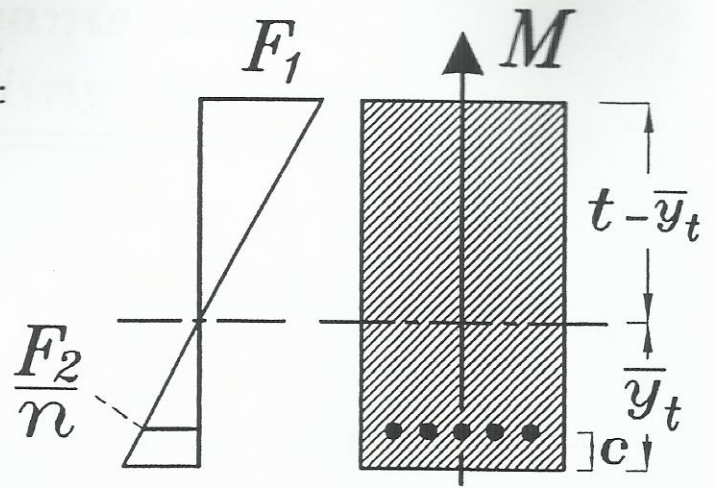
$y$  هي المسافة من النقطة المحسوب عندها ال stress حتى ال N.A.

$I$  هي ال moment of Inertia للقطاع الشغال حول ال N.A.

و تساوى  $I = I_g$  للقطاع قبل التشرخ before cracking

و تساوى  $I = I_{nv}$  للقطاع بعد التشرخ after cracking

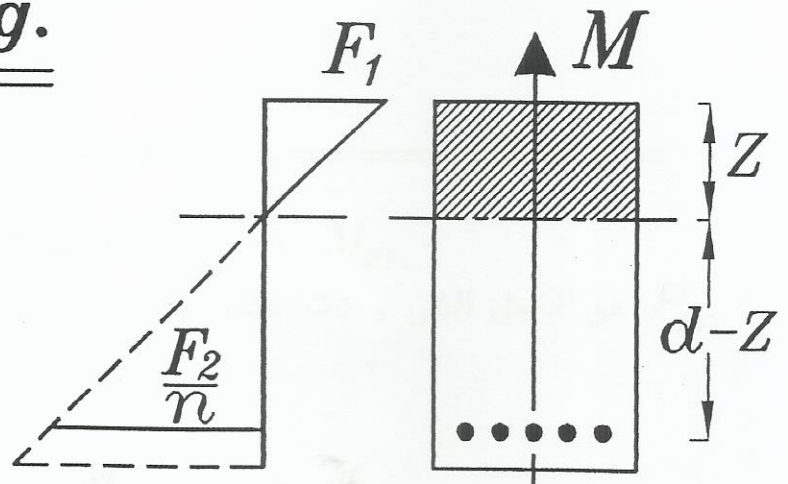
Before Cracking.



$$F_{1(\text{Concrete})} = \frac{M * y}{I} = \frac{M * (t - \bar{y}_t)}{I_g}$$

$$F_{2(\text{Steel})} = n \frac{M * y}{I} = 10 * \frac{M * (\bar{y}_t - c)}{I_g}$$

Before Cracking.



$$F_{1(\text{Concrete})} = \frac{M * y}{I} = \frac{M * Z}{I_{nv}}$$

$$F_{2(\text{Steel})} = n \frac{M * y}{I} = 15 * \frac{M * (d - Z)}{I_{nv}}$$

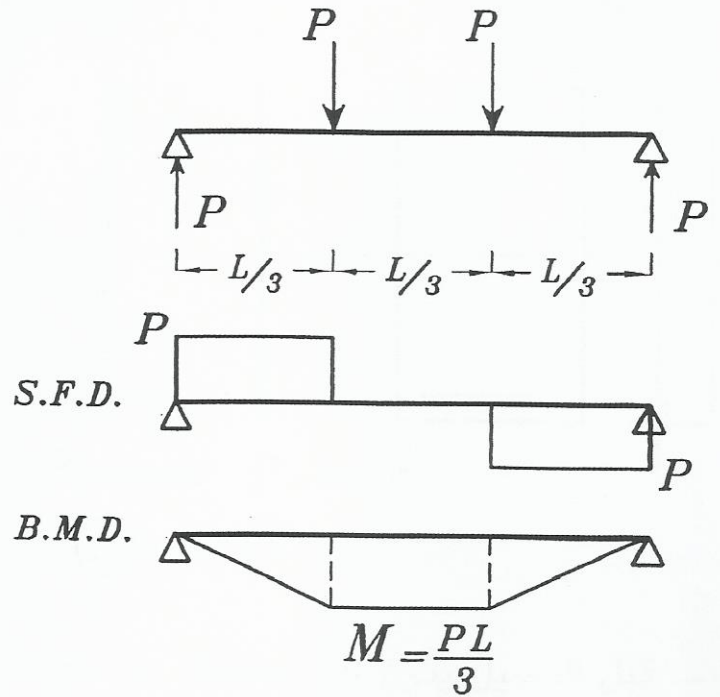


## Stages of Beams under Variable Bending Moment.

لدراسة خواص الكمره تحت تأثير حالات التحميل المختلفه .

ندرس كمره (Simply Supported) كما هو مبين فى الشكل (مع اهمال وزنها o.w.) .

حيث يكون الثلث الاوسط من الكمره يوجد عليه B.M. فقط .  
ولا يوجد عليه S.F. و هذا هو الجزء الذى سندرسه .



بزياده مقدار القوى  $P$  يزداد مقدار العزم الواقع على الكمره  $M = \frac{PL}{3}$  و بدراسة الكمره مع زياده الحمل نجد أنها تمر بثلاث مراحل :

- 1 - 0.0  $\longrightarrow$  Cracking.
- 2 - Cracking  $\longrightarrow$  Working.
- 3 - Working  $\longrightarrow$  Ultimate.

1- Cracking Stage.  $M = 0.0 \longrightarrow M_{cr.}$

$P_{cr.}$  هو الحمل الذى يحدث عنده أول شرخ فى الكمره من جهه الشد Tension Side

$$M_{cr.} = (P_{cr.} * L) \setminus 3$$

2- Working Stage.  $M_{cr.} \longrightarrow M_w$

$P_w$  هو الحمل الذى يصل عنده الاجهاد على أى من الحديد أو الخرسانه الى  $F_{allowable}$

$$M_w = (P_w * L) \setminus 3$$

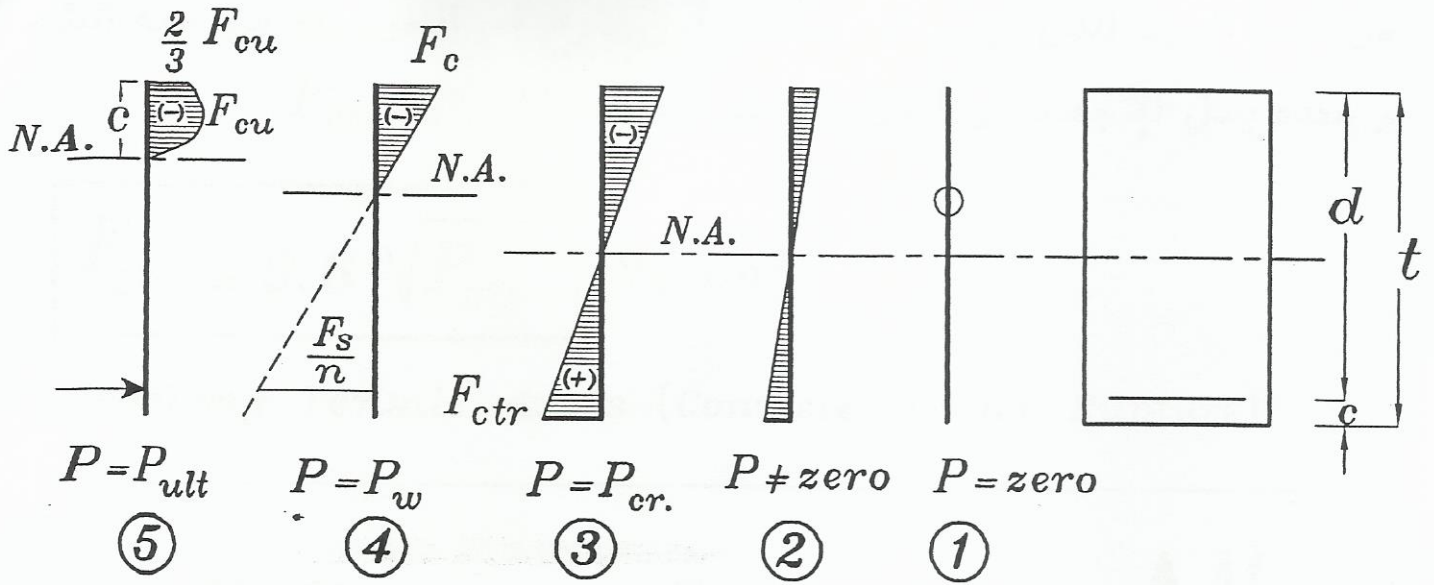
3- Ultimate Stage.  $M_w \longrightarrow M_{ult.}$

$P_{ult.}$  هو الحمل الذى يحدث عنده انهيار للكمره أى يصل الاجهاد على الخرسانه فى الضغط الى  $F_{cu}$

$$M_{ult.} = (P_{ult.} * L) \setminus 3 \quad \text{أو يصل الاجهاد على الحديد فى الشد الى } F_y$$

## Normal Stresses Diagram

*For beams subjected to Bending Moment only.*



١ - قبل التحميل يكون الـ normal stress = Zero

٢ - في بدايه التحميل يحدث شد في السطح السفلى و ضغط في السطح العلوى

٣ - مع زياده الحمل يزداد الـ normal stress حتى يصل في منطقه الشد الى  $F_{ctr}$

و عند هذه اللحظه يسمى الحمل  $P_{cr.}$  و يسمى العزم  $M_{cr.}$

٤ - مع زياده الحمل تظهر شروخ في الخرسانه في منطقه الشد

( الجزء المتشرخ من الخرسانه لا يؤخذ في الحساب أى كأنه غير موجود )

و مع زياده الحمل يصل الاجهاد في الخرسانه في منطقه الضغط الى  $F_c$  Allowable stresses

أو يصل الاجهاد في الحديد في منطقه الشد الى  $F_s$  Allowable stresses

و عند هذه اللحظه يسمى الحمل  $P_w$  و يسمى العزم  $M_w$

٥ - مع زياده الحمل يزداد الضغط على الخرسانه و يحدث تغير غير منتظم في الاجهادات

non Linear stresses على الخرسانه

حتى يصل الاجهاد في الخرسانه في منطقه الضغط الى  $F_{cu}$

أو يصل الاجهاد في الحديد في منطقه الشد الى  $F_y$

و تبدأ الكمره في الانهيار و عند هذه اللحظه يسمى الحمل  $P_{ult}$  و يسمى العزم  $M_{ult}$



## Cracking Moment ( $M_{cr}$ )

هو قيمة العزم الذى يؤدي الى حدوث أول شرخ فى الخرسانه من جهة الشد  
و عنده يصل الإجهاد فى الخرسانه فى منطقه الشد الى  $F_{ctr}$

$$F_{ctr} = 0.6 \sqrt{F_{cu}} \quad N/mm^2$$

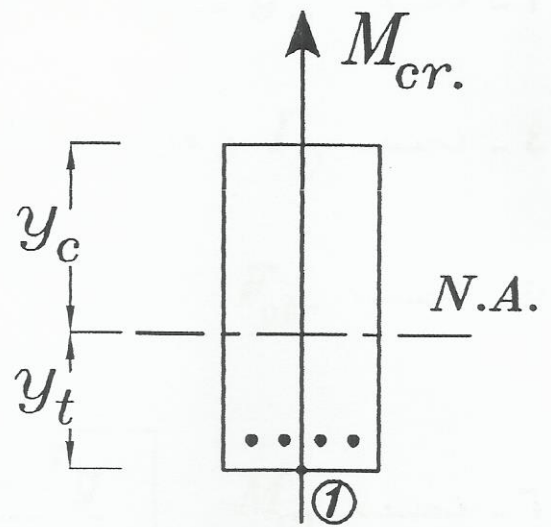
Cracking Tensile stress. (Concrete Tension Rupture)

$$\therefore F = \frac{M * y}{I} \Rightarrow M = \frac{F * I}{y}$$

at cracking

$$F \text{ at point } \textcircled{1} = F_{ctr}$$

$$\therefore \text{Moment at this case} = M_{cr.}$$



$$M_{cr.} = \frac{F_{ctr} * I_g}{y_t}$$

$M_{cr.}$  = Cracking moment

$I_g$  = Moment of Inertia around N.A.  
(For virtual sec.)

$y_t$  = Distance between N.A. to extreme tension Fibers.  
(For virtual sec.)

عندما يكون شكل المقطاع معطى و مطلوب  $M_{cr}$ .  
 أى يطلب قيمه العزم الذى سوف يسبب التشرخ للخرسانه فى منطقه الشد .

تكون خطوات الحل كالاتى :

١- نحسب  $n$

$$n = \frac{E_s}{E_{c1}} = \frac{2 * 10^5}{4400 \sqrt{F_{cu}}} \simeq 10$$

٢- نحسب  $A_v$  المساحه التخليه للمقطع بالكامل  $A_v = A_c + (n-1) A_s + (n-1) A_s$

٣- نحسب  $\bar{y}_t = \bar{y}_v$  و تكون من جهه الشد *Tension Side*

٤- نحسب  $I_v$  و هو عزم القصور الذاتى للمقطع التخليه بالكامل  $I_v = I_g$

٥- نحسب  $F_{ctr}$

$$F_{ctr} = 0.6 \sqrt{F_{cu}}$$

٦- نحسب  $M_{cr}$

$$M_{cr.} = \frac{F_{ctr} * I_g}{\bar{y}_t}$$



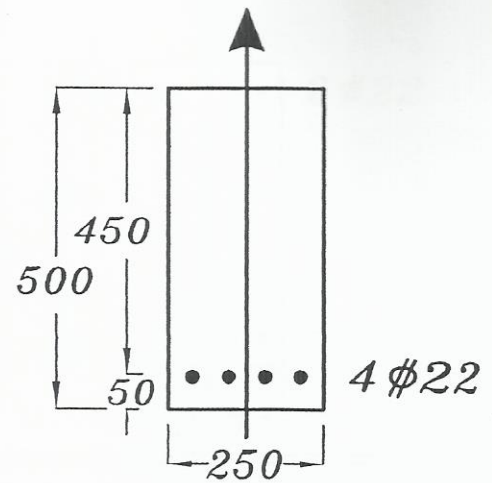
## Example.

Data.

$$F_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2 = 25 \text{ Mpa}$$

st. 360/520

Mega Pascal



Req.

For the shown Cross-Section

Calculate  $M_{cr}$ .

Solution.

$$A_s = 4\phi 22 = 4 \left[ \frac{\pi \cdot 22^2}{4} \right] = 1520 \text{ mm}^2$$

$$\textcircled{1} \quad n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2 \cdot 10^5}{4400 \sqrt{25}} = 9.09 \rightarrow n = 10$$

$$\textcircled{2} \quad A_v = A_c + (n-1)A_s$$

$$A_v = 250 \cdot 500 + (10-1)(1520) = 138680 \text{ mm}^2$$

$$\textcircled{3} \quad \bar{y}_t = \frac{250 \cdot 500 \cdot 250 + (10-1)(1520)(50)}{138680} = 230.27 \text{ mm}$$

$$\textcircled{4} \quad I_{gross} = \frac{250 \cdot 500^3}{12} + 250 \cdot 500 (250 - 230.27)^2 + (10-1)(1520)(230.27 - 50)^2$$

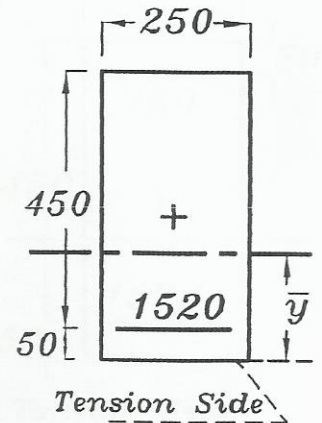
$$= 3097388472 \text{ mm}^4$$

$$\textcircled{5} \quad F_{ctr} = 0.6 \sqrt{F_{cu}} = 0.6 \sqrt{25} = 3.0 \text{ N/mm}^2$$

$$\textcircled{6} \quad M_{cr} = \frac{F_{ctr} \cdot I_g}{\bar{y}_t} = \frac{3.0 \cdot 3097388472}{230.27} = 40353347.9 \text{ N.mm}$$

$$= \frac{40353347.9 \text{ N.mm}}{10^6} = 40.35 \text{ kN.m}$$

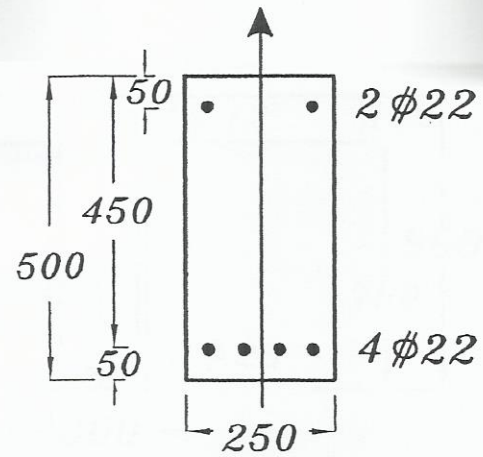
$$M_{cr} = 40.35 \text{ kN.m}$$



## Example.

Data.  $F_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2 = 25 \text{ Mpa}$   
st. 360/520

Req. Calculate  $M_{cr}$ .



Solution.  $A_s = 4\phi 22 = 4 \left[ \frac{\pi \cdot 22^2}{4} \right] = 1520 \text{ mm}^2$

$$A_s' = 2\phi 22 = 2 \left[ \frac{\pi \cdot 22^2}{4} \right] = 760 \text{ mm}^2$$

IF  $A_s' < 0.2 A_s$  We can neglect  $A_s'$

$$\therefore \frac{A_s'}{A_s} = \frac{760}{1520} = 0.50 > 0.2 \therefore \text{We can't neglect } A_s'$$

$$\textcircled{1} \quad n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2 \cdot 10^5}{4400 \sqrt{25}} = 9.09 \rightarrow n = 10$$

$$\textcircled{2} \quad A_v = b \cdot t + (n-1) A_s + (n-1) A_s'$$

$$A_v = 250 \cdot 500 + (10-1)(1520) + (10-1)(760) = 145520 \text{ mm}^2$$

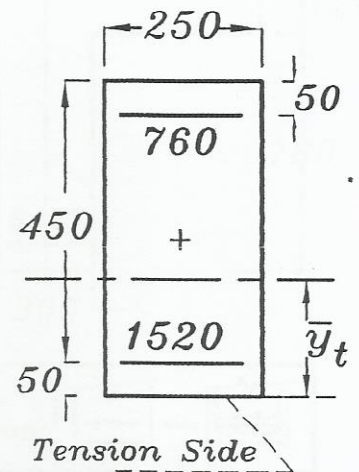
$$\textcircled{3} \quad \bar{y}_t = \frac{250 \cdot 500 \cdot 250 + (10-1)(1520)(50) + (10-1)(760)(450)}{145520} = 240.6 \text{ mm}$$

$$\textcircled{4} \quad I_{\text{gross}} = \frac{250 \cdot 500^3}{12} + 250 \cdot 500 (250 - 240.6)^2 + (10-1)(1520)(240.6 - 50)^2 + (10-1)(760)(450 - 240.6)^2 = 3412106414 \text{ mm}^4$$

$$\textcircled{5} \quad F_{ctr} = 0.6 \sqrt{F_{cu}} = 0.6 \sqrt{25} = 3.0 \text{ N/mm}^2$$

$$\textcircled{6} \quad M_{cr} = \frac{F_{ctr} \cdot I_g}{\bar{y}_t} = \frac{3.0 \cdot 3412106414}{240.6} = 42544967.7 \text{ N.mm}$$

$$= \frac{42544967.7 \text{ N.mm}}{10^6} = 42.54 \text{ kN.m}$$



$$M_{cr} = 42.54 \text{ kN.m}$$



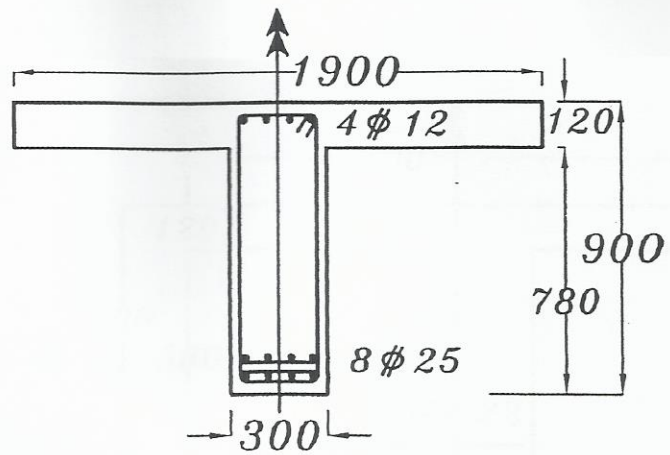
## Example.

### Data.

$$F_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2 = 25 \text{ Mpa}$$

st. 360/520

Req. Calculate  $M_{cr}$ .



### Solution.

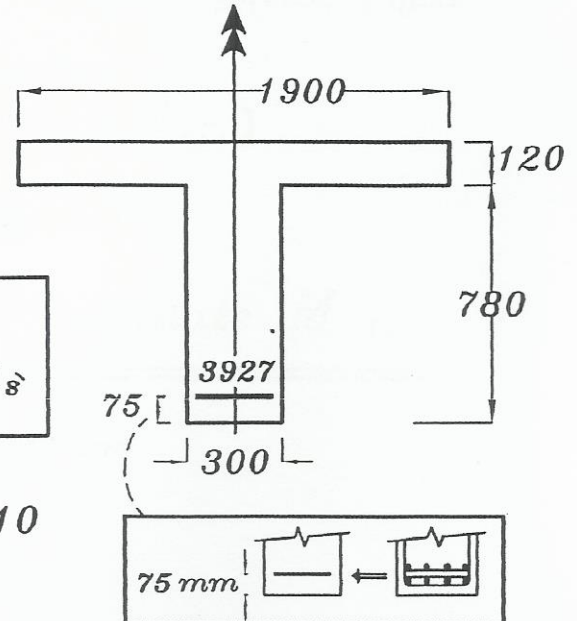
$$A_s = 8\phi 25 = 8 \left[ \frac{\pi \cdot 25^2}{4} \right] = 3927 \text{ mm}^2$$

$$A_s' = 4\phi 12 = 4 \left[ \frac{\pi \cdot 12^2}{4} \right] = 452 \text{ mm}^2$$

IF  $A_s' < 0.2 A_s$  We can neglect  $A_s'$

$$\therefore \frac{A_s'}{A_s} = \frac{452}{3927} = 0.115 < 0.2 \therefore \text{We can neglect } A_s'$$

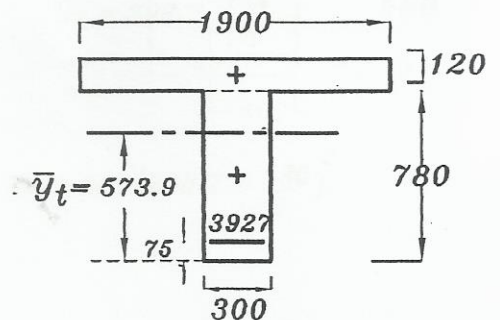
$$\textcircled{1} n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2 \cdot 10^5}{4400 \sqrt{25}} = 9.09 \rightarrow n = 10$$



$$\textcircled{2} A_v = A_c + (n-1)A_s = 120 \cdot 1900 + 780 \cdot 300 + (10-1)(3927) = 497343 \text{ mm}^2$$

$$\textcircled{3} \bar{y}_t = \frac{120 \cdot 1900 \cdot (780+60) + 780 \cdot 300 \cdot \left(\frac{780}{2}\right) + (10-1)(3927)(75)}{497343} = 573.9 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} I_{\text{gross}} &= \frac{1900 \cdot 120^3}{12} + 1900 \cdot 120 \left(780+60-573.9\right)^2 + \frac{300 \cdot 780^3}{12} \\ &\quad + 300 \cdot 780 \left(573.9 - \frac{780}{2}\right)^2 + (10-1)(3927) \left(573.9 - 75\right)^2 \\ &= 44992510490 \text{ mm}^4 \end{aligned}$$



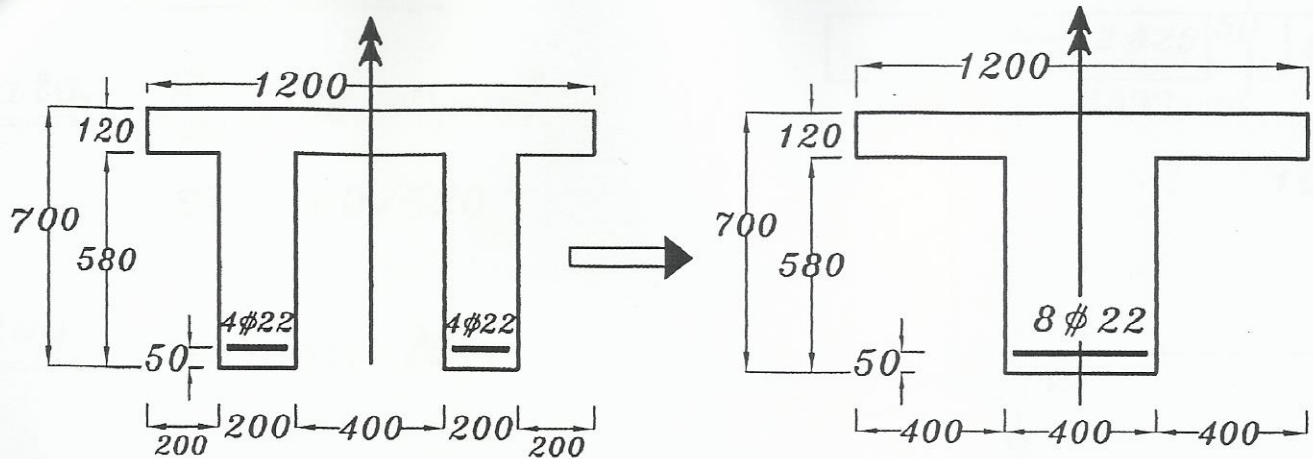
$$\textcircled{5} F_{ctr} = 0.6 \sqrt{F_{cu}} = 0.6 \sqrt{25} = 3.0 \text{ N/mm}^2$$

$$\begin{aligned} \textcircled{6} M_{cr} &= \frac{F_{ctr} \cdot I_g}{\bar{y}_t} = \frac{3.0 \cdot 44992510490}{573.9} = 235193468.3 \text{ N.mm} \\ &= 235.19 \text{ kN.m} \end{aligned}$$

$$M_{cr} = 235.19 \text{ kN.m}$$



## Example.



We can convert the Sec. to an easier Cross-Sec.  
and has the same properties. (Area,  $\bar{y}$ ,  $A_s$ ,  $c$ ,  $I$  &  $M_{cr}$ .)

Data.  $F_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$  st. 360/520

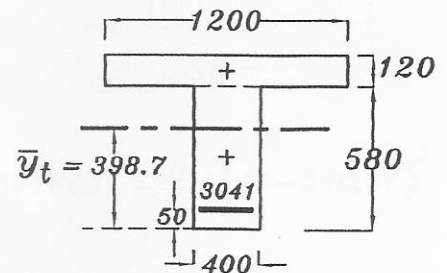
Req. For the shown Cross-Section Calculate  $M_{cr}$ .

Solution.  $A_s = 8 \phi 22 = 8 \left[ \frac{\pi \cdot 22^2}{4} \right] = 3041 \text{ mm}^2$

$$\textcircled{1} n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2 \cdot 10^5}{4400 \sqrt{25}} = 9.09 \rightarrow n = 10$$

$$\textcircled{2} A_v = A_c + (n-1)A_s = 120 \cdot 1200 + 580 \cdot 400 + (10-1)(3041) = 403369 \text{ mm}^2$$

$$\textcircled{3} \bar{y}_t = \frac{1200 \cdot 120 \cdot (580 + 60) + 580 \cdot 400 \cdot \frac{580}{2} + (10-1)(3041)(50)}{403369} = 398.7 \text{ mm}$$



$$\textcircled{4} I_{gross} = \frac{1200 \cdot 120^3}{12} + 1200 \cdot 120 (580 + 60 - 398.7)^2 + \frac{400 \cdot 580^3}{12} + 400 \cdot 580 (398.7 - \frac{580}{2})^2 + (10-1)(3041)(398.7 - 50)^2 = 21130115740 \text{ mm}^4$$

$$\textcircled{5} F_{ctr} = 0.6 \sqrt{F_{cu}} = 0.6 \sqrt{25} = 3.0 \text{ N/mm}^2$$

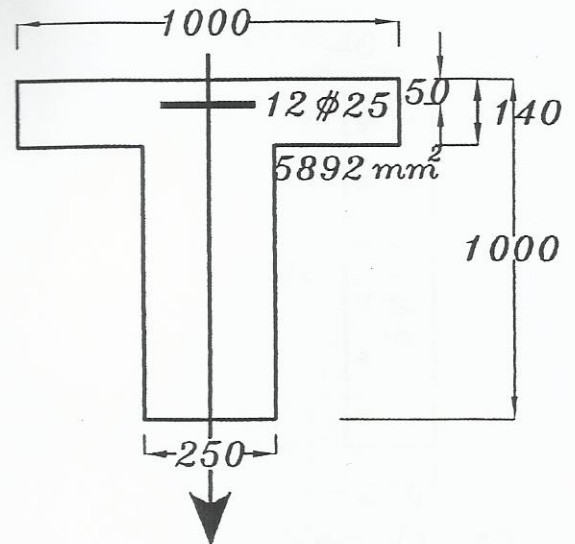
$$\textcircled{6} M_{cr} = \frac{F_{ctr} \cdot I_g}{\bar{y}_t} = \frac{3.0 \cdot 21130115740}{398.7} = 158992594 \text{ N.mm} = 159.0 \text{ kN.m.}$$

$$\boxed{M_{cr} = 159.0 \text{ kN.m}}$$

## Example.

Data.  $F_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$   
st. 360/520

Req. Calculate  $M_{cr}$ .



Solution.

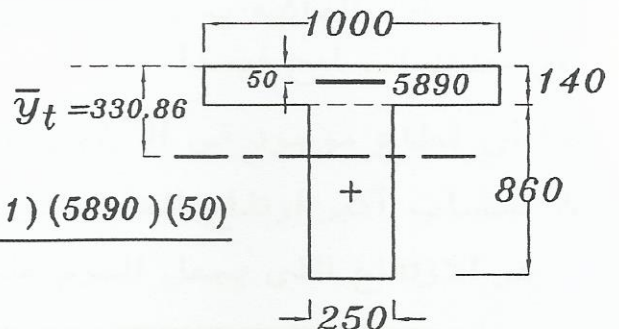
$$A_s = 12 \phi 25 = 12 \left[ \frac{\pi \cdot 25^2}{4} \right] = 5890 \text{ mm}^2$$

$$\textcircled{1} n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2 \cdot 10^5}{4400 \sqrt{25}} = 9.09 \rightarrow n = 10$$

$$\textcircled{2} A_v = A_c + (n-1) A_s = 140 \cdot 1000 + 860 \cdot 250 + (10-1) (5890) = 408010 \text{ mm}^2$$

$$\textcircled{3} \bar{y}_t = \frac{1000 \cdot 140 \cdot 70 + 250 \cdot 860 \cdot \left( \frac{860}{2} + 140 \right) + (10-1) (5890) (50)}{408010}$$

$$= 330.87 \text{ mm}$$



$$\textcircled{4} I_{gross} = \frac{1000 \cdot 140^3}{12} + 1000 \cdot 140 (330.87 - 70)^2 + \frac{250 \cdot 860^3}{12} + 250 \cdot 860 \left( \frac{860}{2} + 140 - 330.87 \right)^2$$

$$+ (10-1) (5890) (330.87 - 50)^2 = 39483504630 \text{ mm}^4$$

$$\textcircled{5} F_{ctr} = 0.6 \sqrt{F_{cu}} = 0.6 \sqrt{25} = 3.0 \text{ N/mm}^2$$

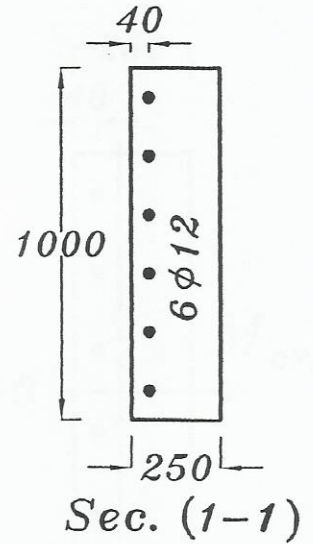
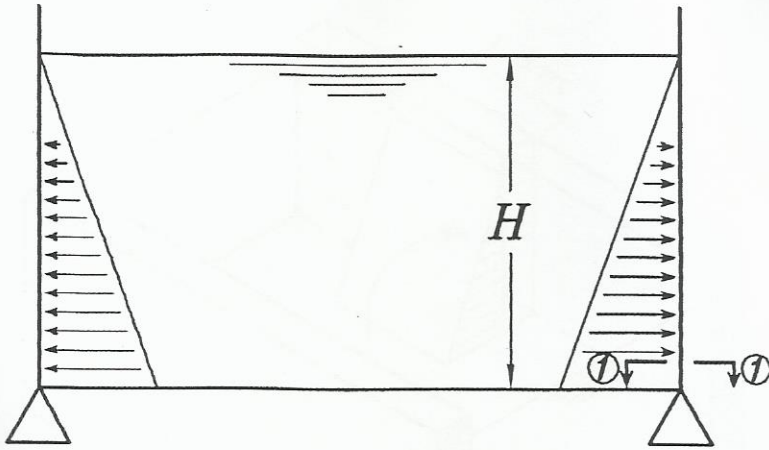
$$\textcircled{6} M_{cr} = \frac{F_{ctr} \cdot I_g}{\bar{y}_t} = \frac{3.0 \cdot 39483504630}{330.87} = 357997140.5 \text{ N.mm}$$

$$= 358.0 \text{ kN.m.}$$

$$\boxed{M_{cr} = 358.0 \text{ kN.m}}$$



## Example.



For the given statical system & cross section of a water tank with 0.25 m thick cantilever walls, It is required to Find the max safe height of water ( $H$ ) in the tank.

$$F_{cu} = 30 \text{ N/mm}^2 \quad \text{st. 240/350}$$

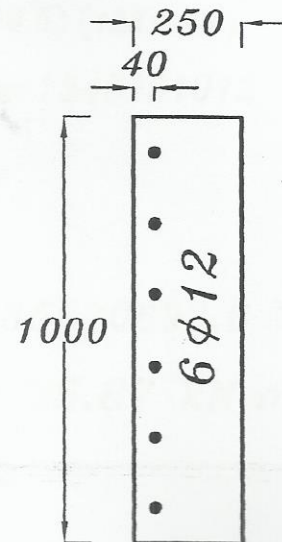
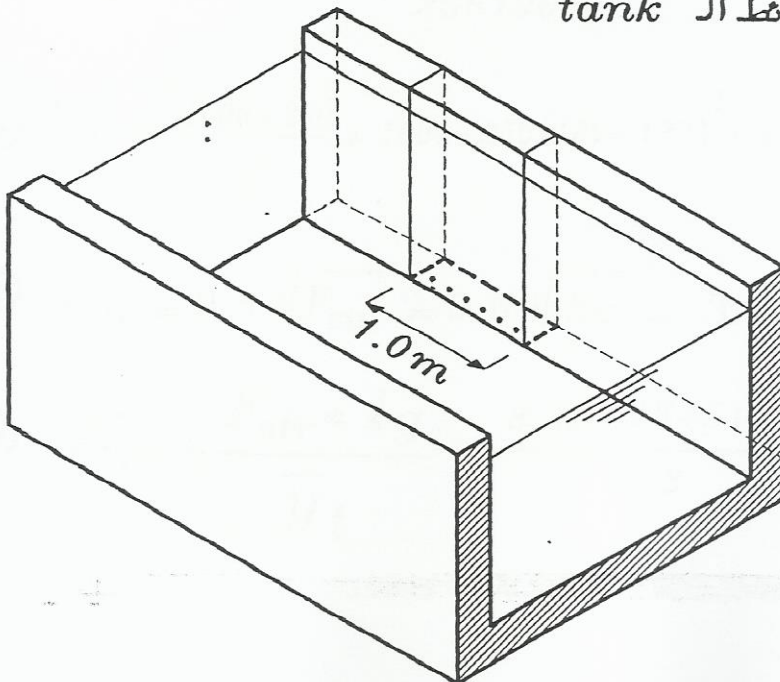
في المنشآت المائيه يجب منع حدوث أى شروخ فى الخرسانه حتى لا تفصل المياه الى حديد التسليح فيصدأ

لذا أى قطاع موجود فى ال tank يجب أن لا يتعدى العزم عليه عن  $M_{cr}$ .

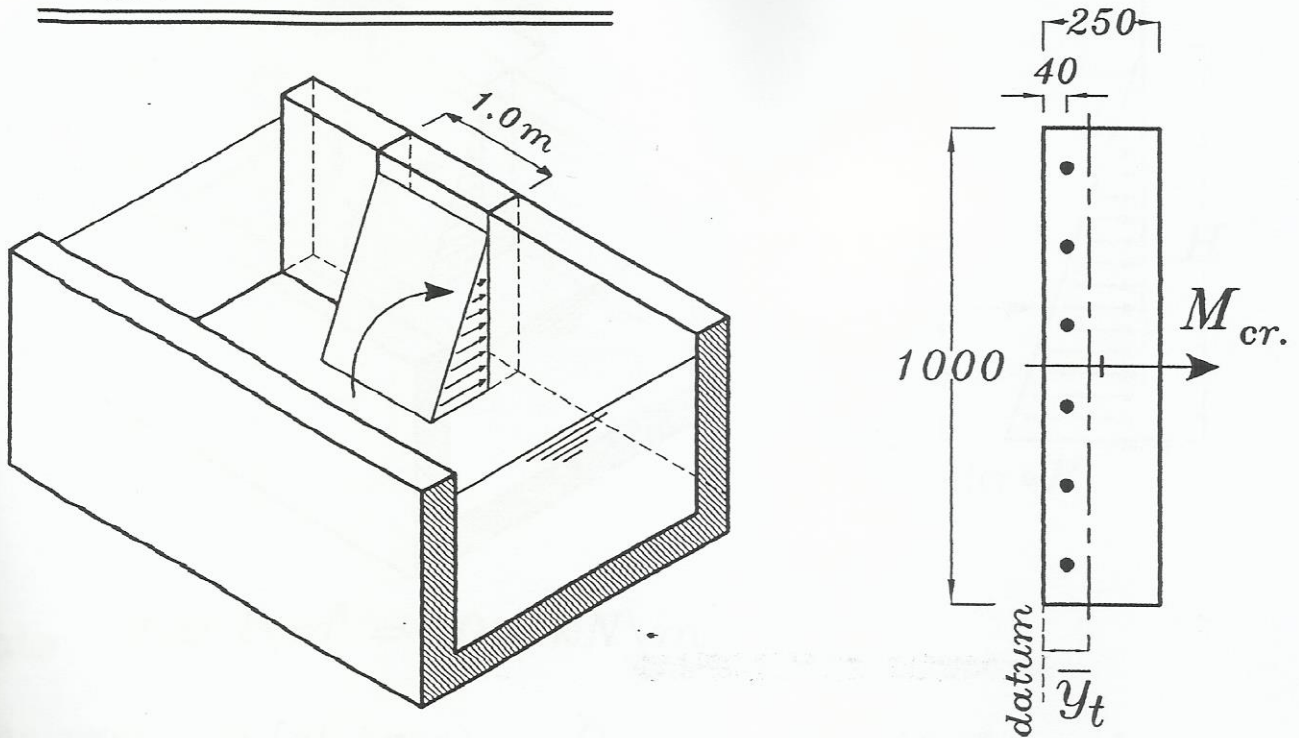
∴ لحساب أكبر ارتفاع للماء ممكن أن تتحمله حوائط ال tank

هو الارتفاع الذى يجعل العزم على القطاع السفلى للحائط مساوى تماماً لـ  $M_{cr}$ .

سيتم دراسته - ١، من حائط ال tank



$M_{cr}$ . For the section.



$$A_s = 6 \phi 12 = 678.5 \text{ mm}^2$$

$$\textcircled{1} \quad n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2 \times 10^5}{4400 \sqrt{30}} = 8.29 \longrightarrow n = 10$$

$$\textcircled{2} \quad A_v = 250 \times 1000 + (10 - 1)(678.5) = 256106 \text{ mm}^2$$

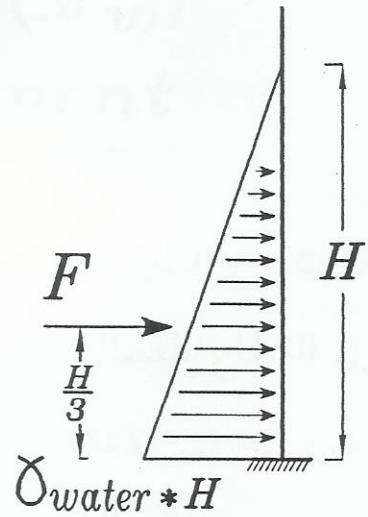
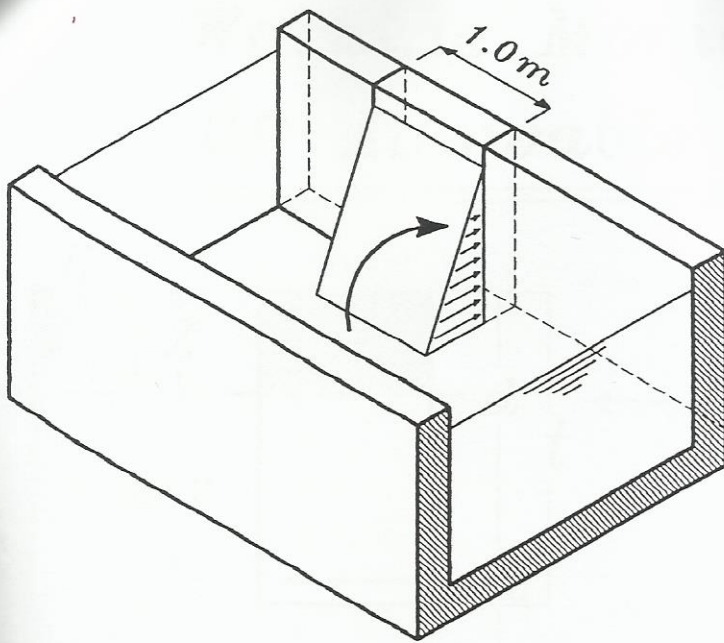
$$\textcircled{3} \quad \bar{y}_t = \frac{250 \times 1000 \times 125 + (10 - 1)(678.5)(40)}{256106} = 123 \text{ mm}$$

$$\textcircled{4} \quad I_g = \frac{1000 \times 250^3}{12} + 1000 \times 250(125 - 123)^2 + (10 - 1)(678.5)(123 - 40)^2 = 1345151012 \text{ mm}^4$$

$$\textcircled{5} \quad F_{ctr} = 0.6 \sqrt{F_{cu}} = 0.6 \sqrt{30} = 3.28 \text{ N/mm}^2$$

$$\textcircled{6} \quad M_{cr} = \frac{F_{ctr} \times I_g}{\bar{y}_t} = \frac{3.28 \times 1345151012}{123} = 35870693.6 \text{ N.mm} = 35.87 \text{ kN.m}$$





$$\delta_{water} = 1.0 \text{ t/m}^3 = 10.0 \text{ kN/m}^3$$

$$\text{water pressure (at base)} = \delta_{water} * H = 10 H \text{ kN/m}^2$$

$$\text{water Force } F = \frac{1}{2} (\delta_{water} * H) * H = \frac{1}{2} (10 H) * H = 5.0 H^2 \text{ kN}$$

$$\text{Actual moment at Base} = F * \frac{H}{3} = 5.0 H^2 * \frac{H}{3} = \frac{5}{3} H^3 \text{ kN.m}$$

$$\text{Actual moment at Base} = \frac{5}{3} H^3 \text{ kN.m}$$

To get the max. safe height (H)

$$\therefore \text{Actual moment at Base} = M_{cr.}$$

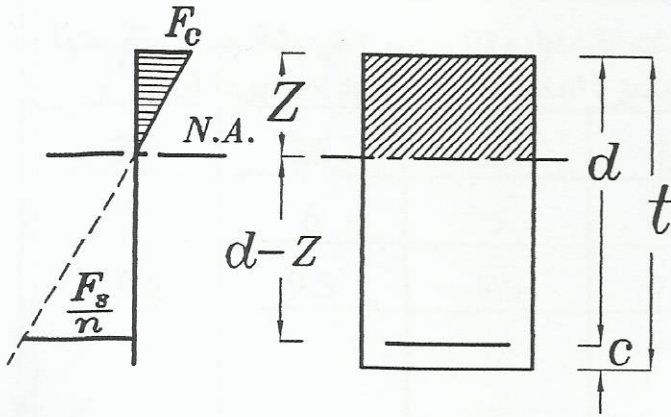
$$\therefore \frac{5}{3} H^3 = 35.87 \text{ kN.m} \quad \therefore H = 2.781 \text{ m}$$

∴ إذا زاد إرتفاع الماء عن 2.781 m سوف يكون العزم المؤثر على القطاع السفلي للحائط

أكبر من الـ  $M_{cr.}$  فنتشرب الخرسانه فيصل الماء إلى الحديد فيبدأ الحديد .



# Working Moment ( $M_w$ ) OR Allowable Moment



عندما تتشرب الخرسانه فى منطقه الشد  
يتحول القطاع الفعال كما بالشكل  
الى خرسانه فى منطقه الضغط  
و حديد فى منطقه الشد .

أكبر إجهاد تتحمله الخرسانه فى الضغط  $F_{cu}$

أكبر إجهاد يتحمله الحديد فى الشد أو الضغط  $F_y$

و إذا زادت الإجهادات المؤثره على أى من الخرسانه أو الحديد عن  $F_{cu}$  أو  $F_y$  يحدث إنهيال للكمرة .

لذا فنعمل على أن تكون الإجهادات المؤثره أقل من  $F_{cu}$  ،  $F_y$  حتى لا يحدث إنهيال للكمرة .

و هذه الإجهادات تسمى (الإجهادات المسموح بها) *Allowable Stresses*

أى أنها أكبر إجهادات نسمح بها لكى تؤثر على الحديد و الخرسانه مع ضمان عدم الإنهيال.

$$\text{Allowable Stresses For Concrete} = F_c$$

$$\text{Allowable Stresses For Steel} = F_s$$

$F_{cu}$ ( $N/mm^2$ )	18.0	20.0	25.0	30.0	35.0	40.0
$F_c$ ( $N/mm^2$ )	7.0	8.0	9.5	10.5	11.5	12.5

$F_y$ ( $N/mm^2$ )	240	360	400
$F_s$ ( $N/mm^2$ )	140	200	220

*Egyptian Code*

*Page (5-2)*

# Egyptian Code Page (5-2)

أنواع الإجهادات				المصطلحات	إجهادات التشغيل وفقاً لرتب الخرسانة حسب مقاومتها المميزة للمكعب القياسي بعد ٢٨ يوماً (ن/مم <sup>٢</sup> )
مقاومة الخرسانة المميزة (الرتبة)				$f_{cu}$	18, 20, 25, 30
الضغط المحوري ( $e=e_{min}$ )				$f_{co}$	4.5, 5, 6, 7
الانحناء أو الضغط كبير اللامركزية				$f_c$	7.0, 8.0, 9.5, 10.5
القصر					
مقاومة الخرسانة للقصر					
بدون تسليح في البلاطات والقواعد				$q_c$	0.7, 0.8, 0.9
بدون تسليح في الأعضاء الأخرى				$q_{ic}$	0.5, 0.6, 0.7
وجود تسليح جذعي في جميع الأعضاء (القصر واللي معا)				$q_2$	1.5, 1.7, 1.9
القصر الشاقب				$q_{cp}$	0.7, 0.8, 0.9
الصلب الفولاذ					
1- صلب طري				$f_s$	140, 140, 140, 140
2- صلب					160, 160, 160, 160
3- صلب					200, 200, 200, 200
4- صلب					220, 220, 220, 220
5- الشبك الملحوم 450/520 أمس					160, 160, 160, 160
ذو الشتراءات أو ذو العصابات					220, 220, 220, 220

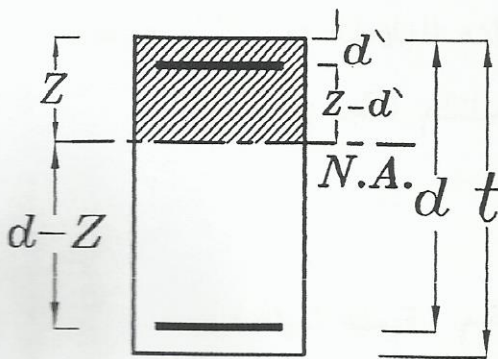


## و تعريف ال (M<sub>w</sub>) Working Moment

هو العزم الذى يوصل الاجهادات على أى من الحديد أو الخرسانه الى *Allowable Stresses*

فى المسأله عندما يعطينا القطاع و يطلب تحديد  $M_w$   
تكون خطوات الحل كالاتى :-

١- نأخذ  $n \approx 15$  Modular ratio after cracking



٢- لتحديد مكان ال N.A.

نحسب قيمه  $Z$  و تكون من جهه الضغط

و ذلك بأن نأخذ  $S_{nv} = \text{Zero}$

٣- نحسب قيمه  $I_{nv}$  و هو عزم القصور الذاتى

للقطاع الشغال حول ال N.A.

٤- نحسب قيمه العزم الذى يجعل الإجهادات على الخرسانه فى الضغط  $F_c$

$$M_{wc} = \frac{F_c * I_{nv}}{Z}$$

٥- نحسب قيمه العزم الذى يجعل الإجهادات على الحديد فى الشد  $F_s$

$$M_{ws} = \frac{\left(\frac{F_s}{n}\right) * I_{nv}}{d - Z}$$

٦- نحسب قيمه العزم الذى يجعل الإجهادات على الحديد فى الضغط  $F_s'$

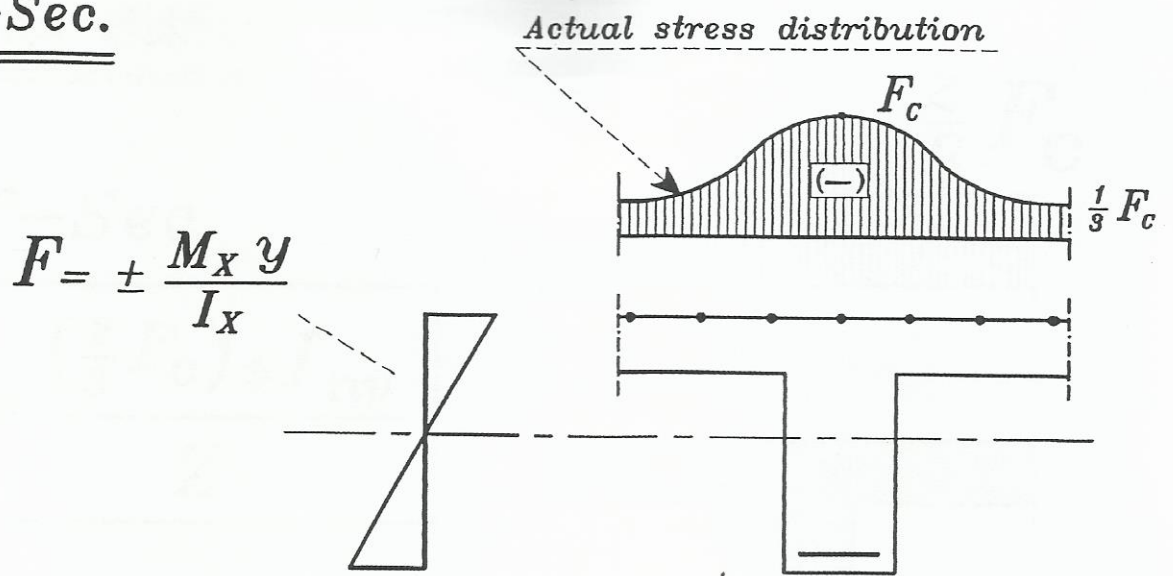
(ممكن إهمال هذه الخطوه)

$$M_{ws'} = \frac{\left(\frac{F_s'}{n}\right) * I_{nv}}{Z - d'}$$

٧- نأخذ القيمه الاقل من  $M_{ws}$ ,  $M_{ws'}$ , فتكون هى  $M_w$  للقطاع



For T-Sec.

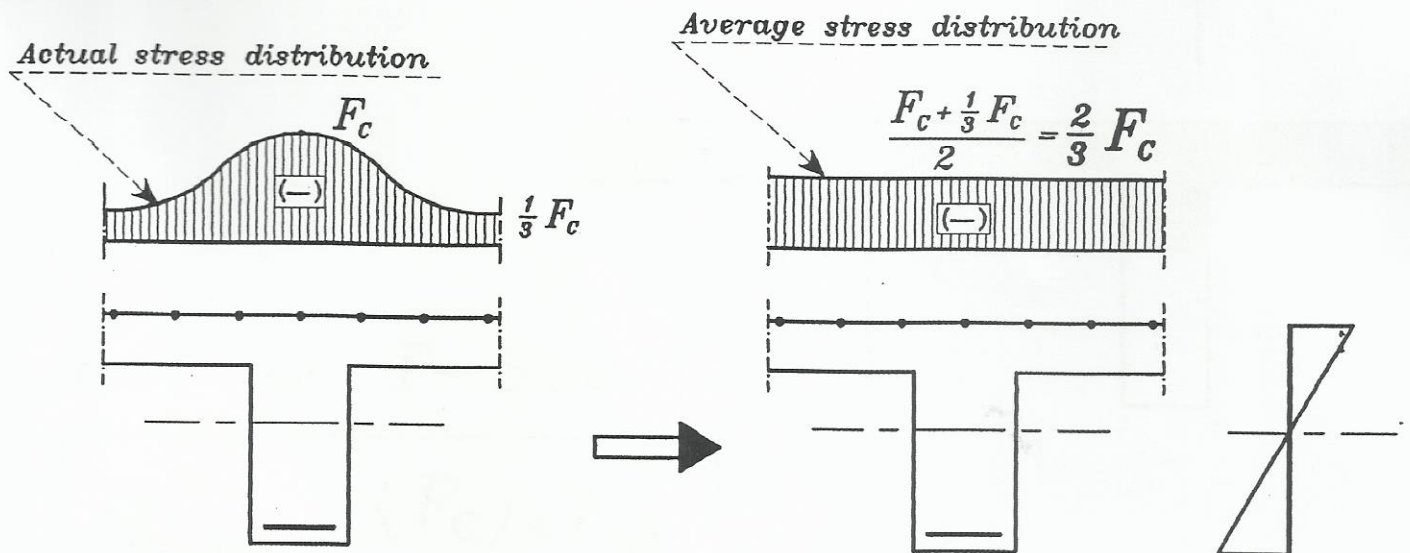


في ال T-Sec. يحدث زياده كبيره في الاجهادات على خرسانه البلاطه فوق الكمره مباشره فيكون شكل ال stress على اعلى خط أفقى في القطاع غير منتظم (كما بالشكل) .

و لكي نستطيع ان نستخدم معادله  $F = \frac{M y}{I}$

يجب ان يكون ال stress عند كل خط افقى في القطاع منتظم (قيمه ثابتة) .

لذا سنعتبر ان اعلى خط في القطاع عليه stress منتظم بقيمه  $\frac{2}{3} F_c$



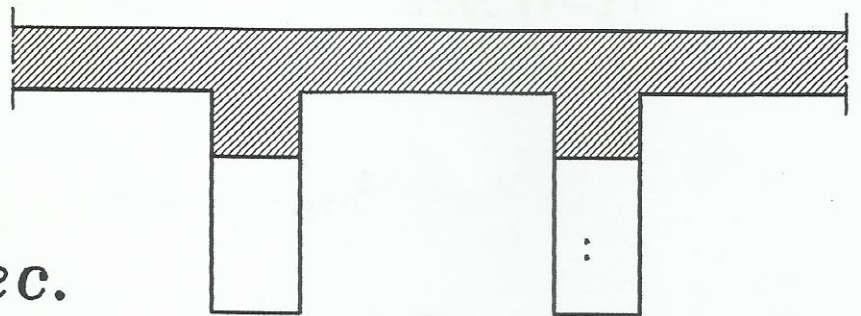
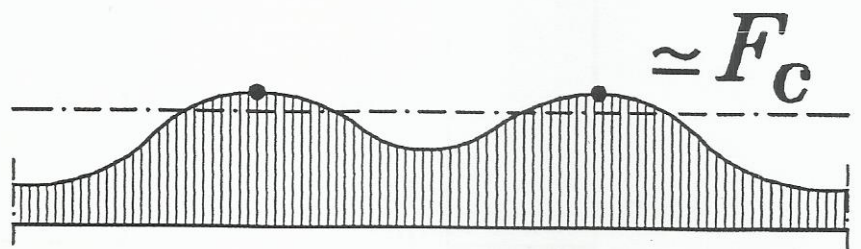
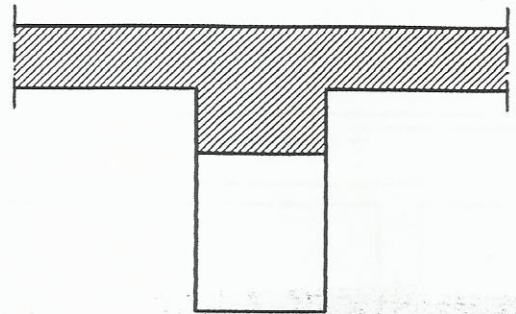
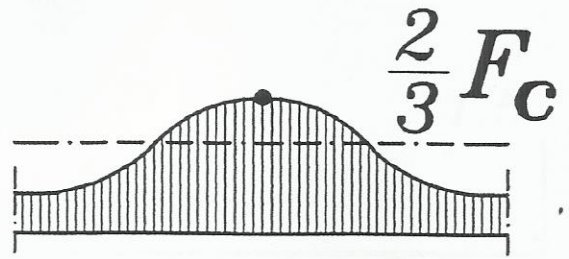
∴ For T-Sec.

$$M_{wc} = \frac{\left(\frac{2}{3} F_c\right) * I_{nv}}{Z}$$

Special Case.

*T-Sec.*

$$M_{wc} = \frac{\left(\frac{2}{3}F_c\right) * I_{nv}}{Z}$$

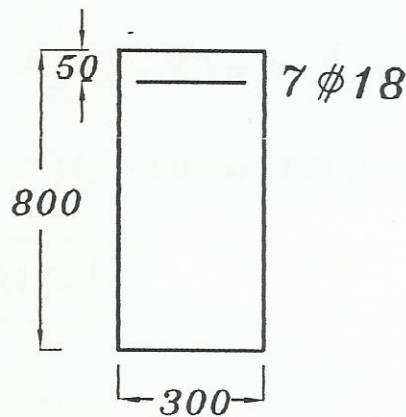
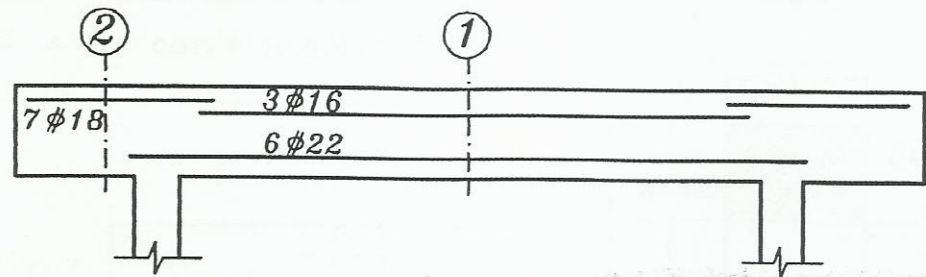
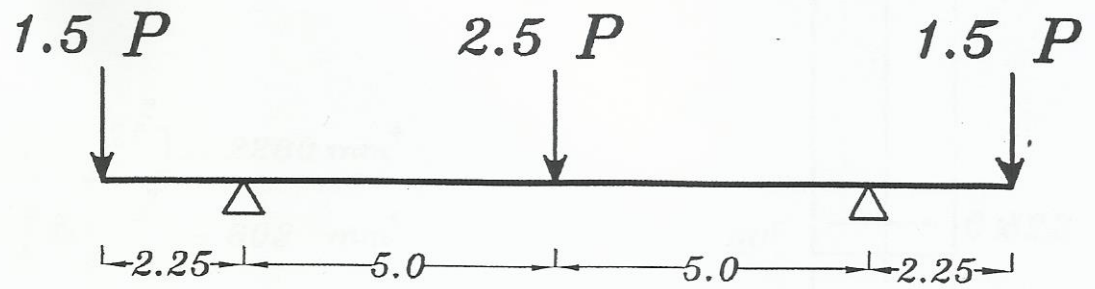


*not as T-Sec.*

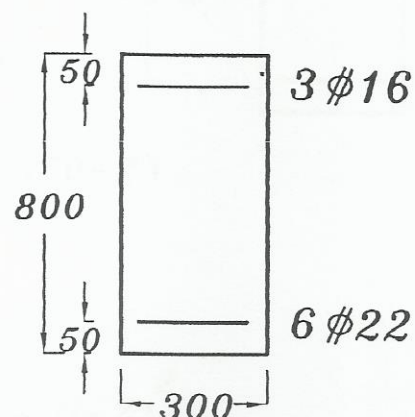
$$M_{wc} = \frac{(F_c) * I_{nv}}{Z}$$



## Example.



Sec. (2-2)



Sec. (1-1)

### Data.

neglecting O.W.

$$F_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2 \quad F_y = 360 \text{ N/mm}^2$$

### Req.

Find the allowable working loads ( $P_w$ ) acting on the beam.

### Allowable stresses

$$F_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2 \longrightarrow F_c = 9.5 \text{ N/mm}^2$$

$$F_y = 360 \text{ N/mm}^2 \longrightarrow F_s = 200 \text{ N/mm}^2$$

# Solution.

## Sec. ①

$$A_s = 6 \phi 22 = 8 \left[ \frac{\pi * 22^2}{4} \right] = 2280 \text{ mm}^2$$

$$A_s' = 3 \phi 16 = 3 \left[ \frac{\pi * 16^2}{4} \right] = 603 \text{ mm}^2$$

$$\therefore \frac{A_s'}{A_s} = \frac{603}{2280} = 0.26 > 0.2 \therefore \text{We can't neglect } A_s'$$

① Take  $n = 15$

② Get  $Z$  by taking  $S_{nv. \text{ above (N.A.)}} = S_{nv. \text{ under (N.A.)}}$

$$b(Z) \left( \frac{Z}{2} \right) + (n-1) A_s' (Z-d') = n A_s (d-Z)$$

$$300(Z) \left( \frac{Z}{2} \right) + (14)(603)(Z-50) = (15)(2280)(750-Z)$$

$$Z = 298.3 \text{ mm}$$

③ Get  $I_{nv} = \frac{bZ^3}{3} + (n-1) A_s' (Z-d')^2 + n A_s (d-Z)^2$

$$I_{nv} = \frac{300(298.3)^3}{3} + (14)(603)(298.3-50)^2 + (15)(2280)(750-298.3)^2$$

$$= 10152758140 \text{ mm}^4$$

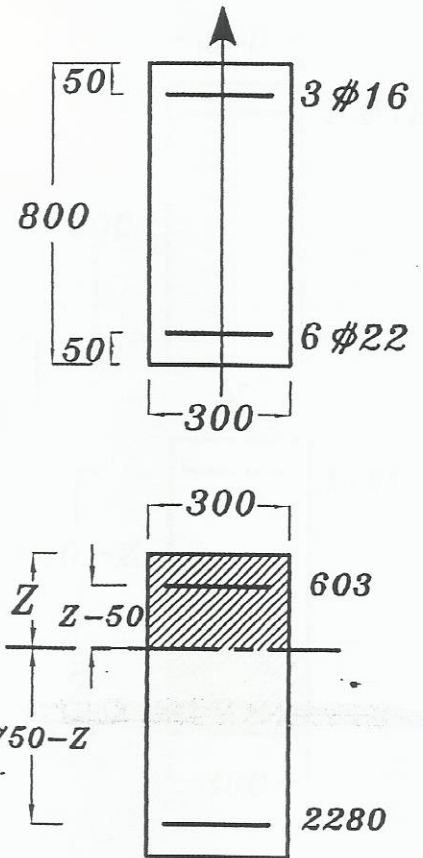
④  $M_{wc} = \frac{F_c * I_{nv}}{Z} = \frac{9.5 * 10152758140}{298.3} = 323336246.6 \text{ N.mm}$

$$= 323.33 \text{ kN.m}$$

⑤  $M_{ws} = \frac{\left( \frac{F_s}{n} \right) * I_{nv}}{d-Z} = \frac{\left( \frac{200}{15} \right) * 10152758140}{750-298.3} = 299690300 \text{ N.mm}$

$$= 299.7 \text{ kN.m}$$

⑥  $M_{w1} = 299.7 \text{ kN.m}$





## Sec. ②

$$A_s = 7 \phi 18 = 7 \left[ \frac{\pi * 18^2}{4} \right] = 1781 \text{ mm}^2$$

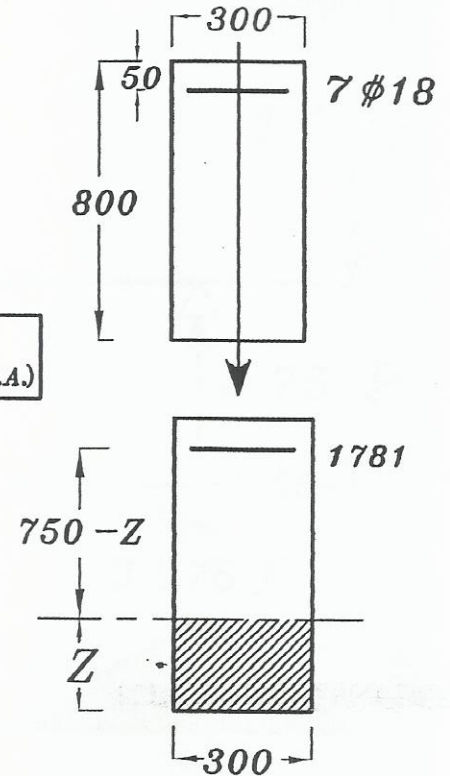
① Take  $n = 15$

② Get  $Z$  by taking  $S_{nv. \text{ above (N.A.)}} = S_{nv. \text{ under (N.A.)}}$

$$b(Z) \left( \frac{Z}{2} \right) = n A_s (d - Z)$$

$$300(Z) \left( \frac{Z}{2} \right) = (15)(1781)(750 - Z)$$

$$Z = 287.1 \text{ mm}$$



③ Get  $I_{nv} = \frac{bZ^3}{3} + n A_s (d - Z)^2$

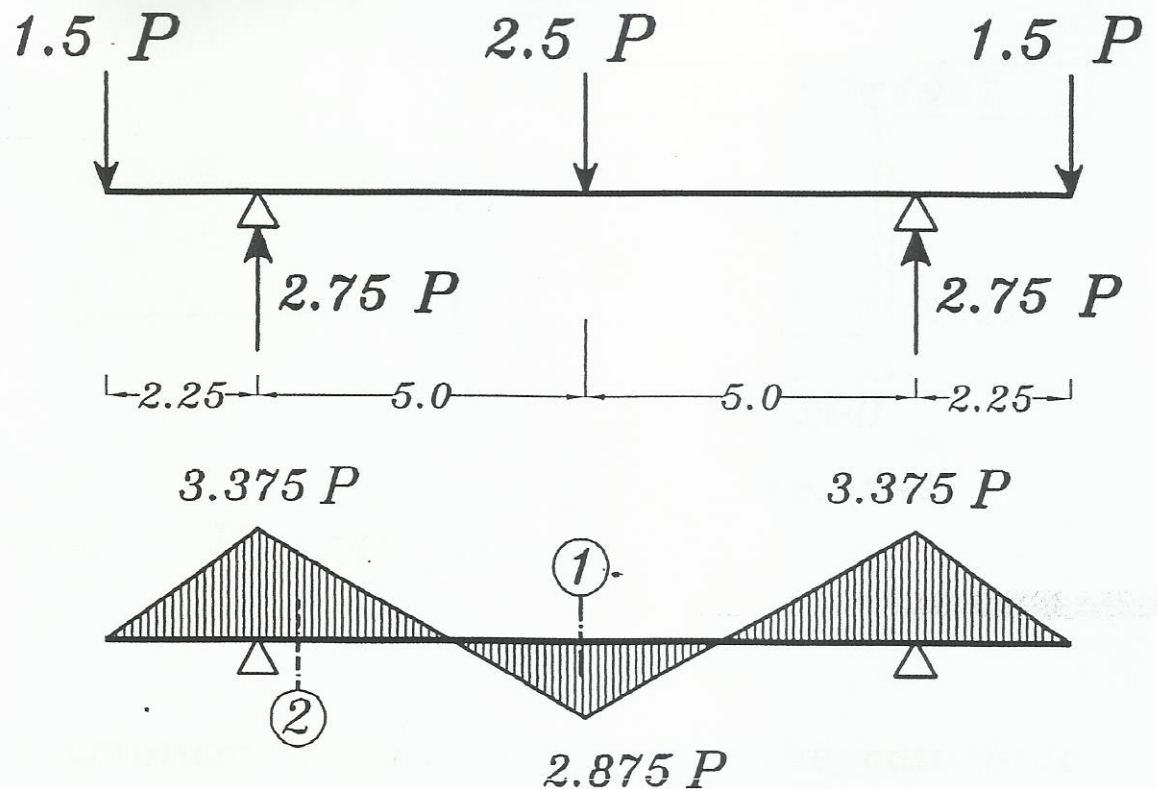
$$I_{nv} = \frac{300 (287.1)^3}{3} + (15)(1781)(750 - 287.1)^2 = 8090856524 \text{ mm}^4$$

$$\textcircled{4} \quad M_{wc} = \frac{F_c * I_{nv}}{Z} = \frac{9.5 * 8090856524}{287.1} = 267722525 \text{ N.mm} \\ = 267.72 \text{ kN.m}$$

$$\textcircled{5} \quad M_{ws} = \frac{\left( \frac{F_s}{n} \right) * I_{nv}}{d - Z} = \frac{\left( \frac{200}{15} \right) * 8090856524}{750 - 287.1} = 233048362 \text{ N.mm} \\ = 233.05 \text{ kN.m}$$

$$\textcircled{6} \quad M_{w2} = 233.05 \text{ kN.m}$$

## Actual Moment.



Sec. ①  $M_{act.} = 2.875P$

To Get  $P_w \longrightarrow M_{act.} = M_w$

$\therefore 2.875 P_w = 299.7 \text{ kN.m} \longrightarrow P_{w1} = 104.24 \text{ kN}$

Sec. ②  $M_{act.} = 3.375P$

To Get  $P_w \longrightarrow M_{act.} = M_w$

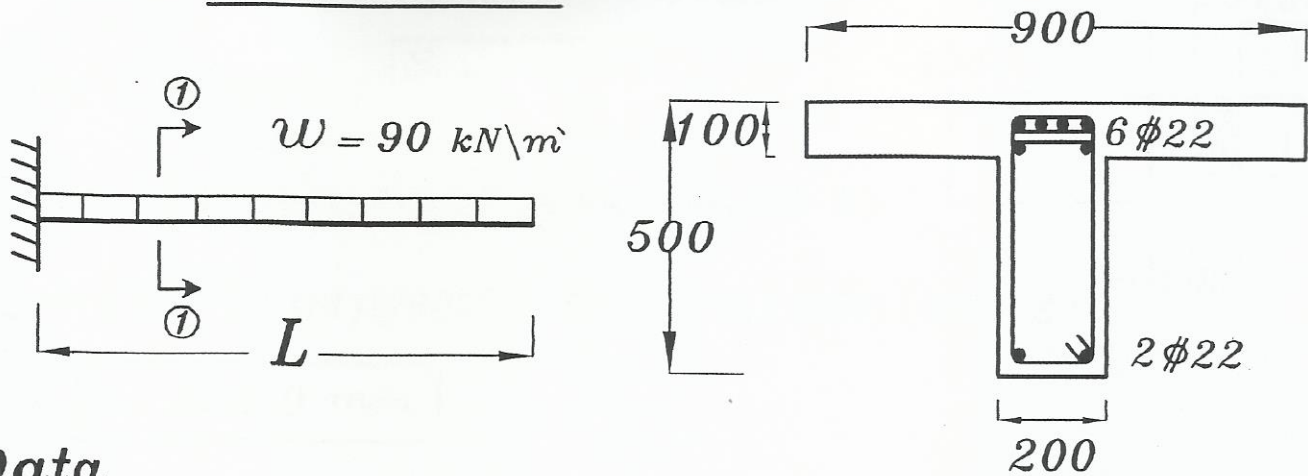
$\therefore 3.375 P_w = 233.05 \text{ kN.m} \longrightarrow P_{w2} = 69.05 \text{ kN}$

$P_w$  For all the beam is the least one of  $P_{w1}, P_{w2}$

$P_w = 69.05 \text{ kN}$



## Example.



### Data.

$$F_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2 \quad F_y = 360 \text{ N/mm}^2$$

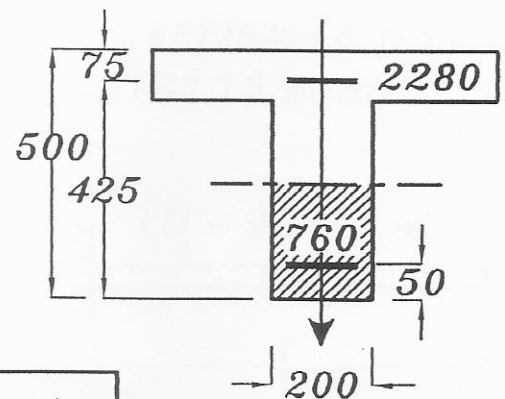
### Req.

Fined the maximum design length For the cantilever.

### Solution.

$$A_s = 6 \phi 22 = 6 \left[ \frac{\pi * 22^2}{4} \right] = 2280 \text{ mm}^2$$

$$A_s' = 2 \phi 22 = 2 \left[ \frac{\pi * 22^2}{4} \right] = 760 \text{ mm}^2$$



$$\therefore \frac{A_s'}{A_s} = \frac{760}{2280} = 0.33 > 0.2 \therefore \text{We can't neglect } A_s$$

### Allowable stresses

$$F_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2 \longrightarrow F_c = 9.5 \text{ N/mm}^2$$

$$F_y = 360 \text{ N/mm}^2 \longrightarrow F_s = 200 \text{ N/mm}^2$$

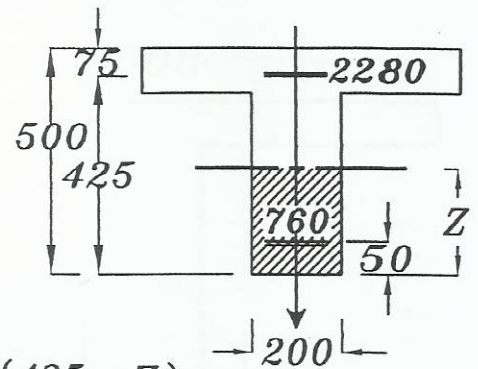
① Take  $n = 15$

② Get  $Z$  by taking  $S_{nv. \text{ above (N.A.)}} = S_{nv. \text{ under (N.A.)}}$

$$b(Z) \left(\frac{Z}{2}\right) + (n-1) A_s (Z-d') = n A_s (d-Z)$$

$$200(Z) \left(\frac{Z}{2}\right) + (14)(760)(Z-50) = (15)(2280)(425-Z)$$

$$Z = 224.0 \text{ mm}$$



③ Get  $I_{nv} = \frac{bZ^3}{3} + (n-1) A_s (Z-d')^2 + n A_s (d-Z)^2$

$$I_{nv} = \frac{200(224.0)^3}{3} + (14)(760)(224.0-50)^2 + (15)(2280)(425-224.0)^2 = 2453145773 \text{ mm}^4$$

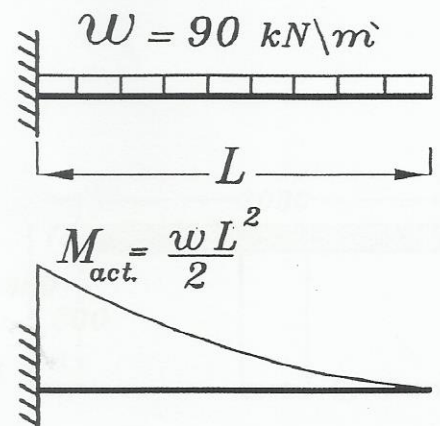
$$④ M_{wc} = \frac{F_c * I_{nv}}{Z} = \frac{9.5 * 2453145773}{224.0} = 104039664.5 \text{ N.mm} = 104.04 \text{ kN.m}$$

$$⑤ M_{ws} = \frac{\left(\frac{F_s}{n}\right) * I_{nv}}{d-Z} = \frac{\left(\frac{200}{15}\right) * 2453145773}{425-224.0} = 162729404.5 \text{ N.mm} = 162.73 \text{ kN.m}$$

$$⑥ M_w = 104.04 \text{ kN.m}$$

Actual Moment =

$$M_{act.} = \frac{w L^2}{2} = \frac{90 L^2}{2} = 45 L^2$$



To get the maximum design length =  $L_w$

$$M_{act.} = M_w$$

$$45 L^2 = 104.04 \longrightarrow L = 1.52 \text{ m}$$

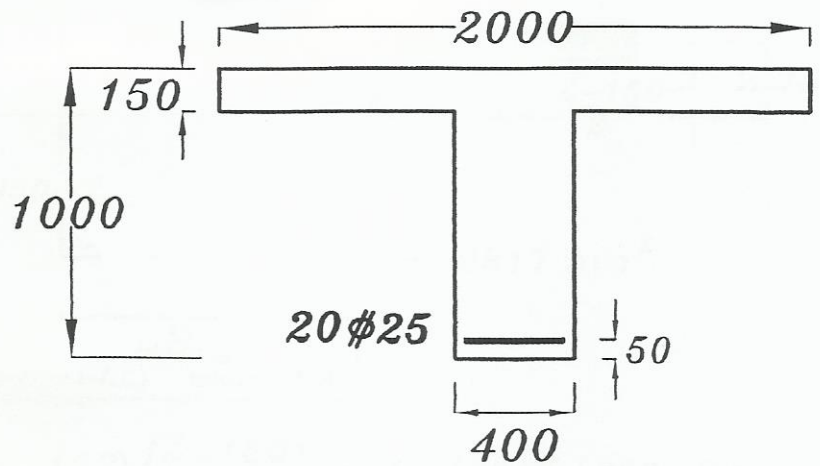


## Example.

### Data.

$$F_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$$

$$F_y = 360 \text{ N/mm}^2$$



Req. Calculate  $M_w$

$$A_s = 20 \phi 25 = 20 \left[ \frac{\pi * 25^2}{4} \right] = 9817 \text{ mm}^2$$

### Allowable stresses

$$F_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2 \longrightarrow F_c = 9.5 \text{ N/mm}^2$$

$$F_y = 360 \text{ N/mm}^2 \longrightarrow F_s = 200 \text{ N/mm}^2$$

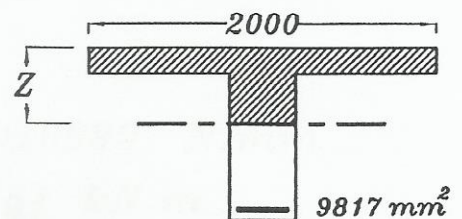
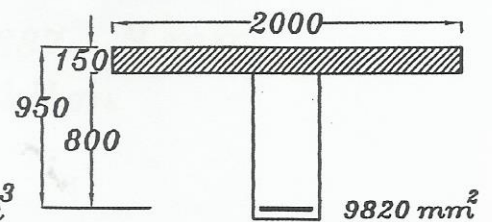
To know IF  $Z$  is bigger or smaller  
than the Flange thickness = 150 mm

$$S_{nv. (above)} = 150 * 2000 * (75) = 22500000 \text{ mm}^3$$

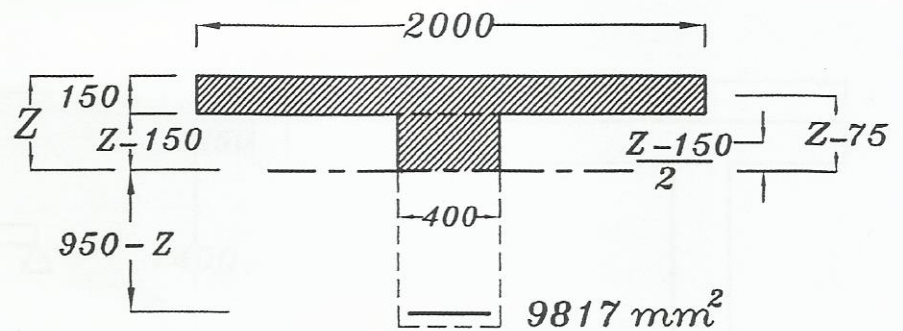
$$S_{nv. (under)} = 15 * 9817 * (800) = 117804000 \text{ mm}^3$$

$$\therefore S_{nv. (under)} > S_{nv. (above)}$$

$$\therefore Z > 150 \text{ mm}$$



① Take  $n = 15$

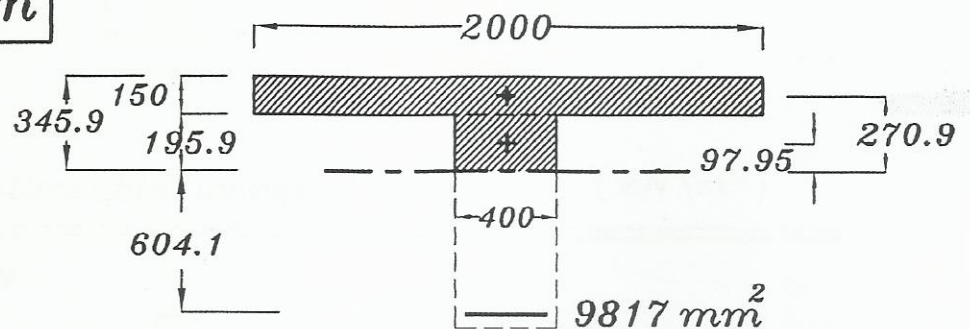


② Get  $Z$  by taking

$$S_{nv. \text{ above (N.A.)}} = S_{nv. \text{ under (N.A.)}}$$

$$(2000)(150)(Z - 75) + (400)(Z - 150) \left( \frac{Z - 150}{2} \right) = (15)(9817)(950 - Z)$$

$$Z = 345.9 \text{ mm}$$



$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad I_{nv} &= \frac{2000(150)^3}{12} + (2000)(150)(270.9)^2 + \frac{400(195.9)^3}{3} \\ &\quad + (15)(9817)(604.1)^2 = 77319715230 \text{ mm}^4 \end{aligned}$$

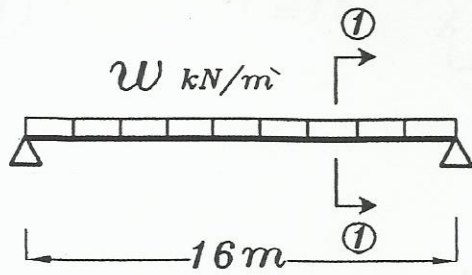
$$\begin{aligned} \textcircled{4} \quad M_{wc} &= \frac{\left(\frac{2}{3}\right) F_c * I_{nv}}{Z} \quad \text{----- } T\text{-Sec.} \\ &= \frac{\left(\frac{2}{3}\right) 9.5 * 77336137390}{345.9} = 1416003287 \text{ N.mm} \\ &= 1416.0 \text{ kN.m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{5} \quad M_{ws} &= \frac{\left(\frac{F_s}{n}\right) * I_{nv}}{d - Z} \\ &= \frac{\left(\frac{200}{15}\right) * 77336137390}{950 - 345.9} = 1706916899 \text{ N.mm} \\ &= 1706.91 \text{ kN.m} \end{aligned}$$

$$\textcircled{6} \quad M_w = 1416.0 \text{ kN.m}$$



## Example.

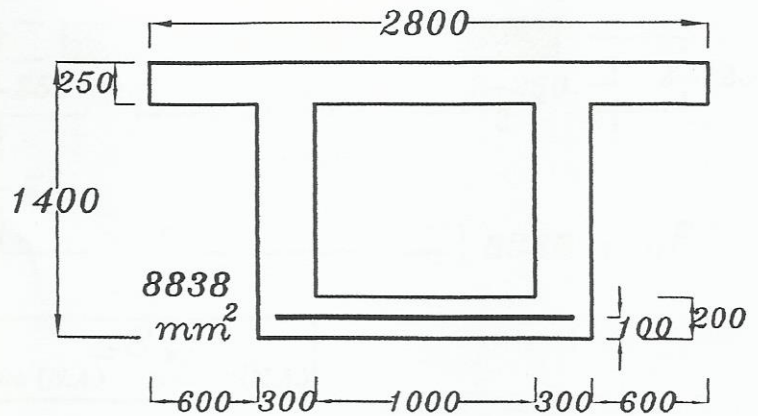


### Data.

$$F_{cu} = 30 \text{ N/mm}^2$$

$$F_y = 360 \text{ N/mm}^2$$

$$F.C. = 3.50 \text{ kN/m}^2$$



Sec. (1-1)

$$A_s = 8838 \text{ mm}^2$$

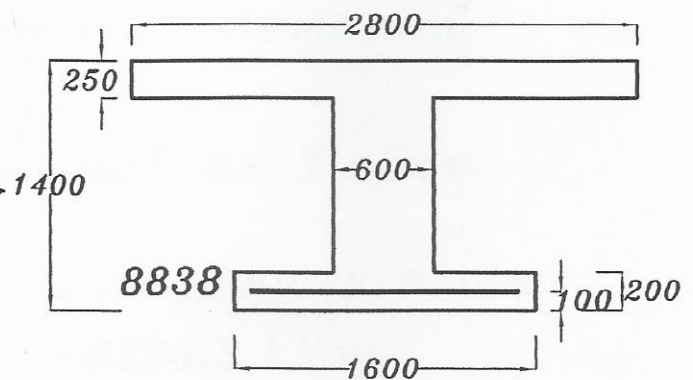
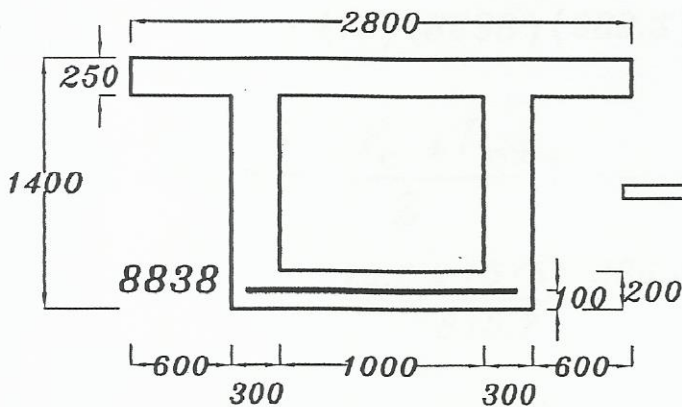
### Req.

Fined the allowable working live load ( $\text{kN/m}^2$ )

Allowable stresses

$$F_{cu} = 30 \text{ N/mm}^2 \longrightarrow F_c = 10.5 \text{ N/mm}^2$$

$$F_y = 360 \text{ N/mm}^2 \longrightarrow F_s = 200 \text{ N/mm}^2$$



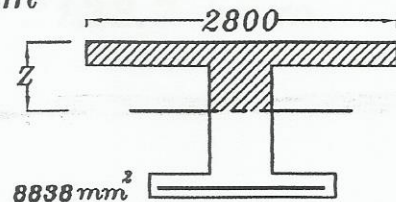
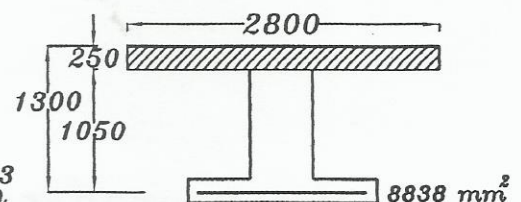
To know if  $Z$  is bigger or smaller than the Flange thickness = 250 mm

$$S_{nv. (above)} = 250 \times 2800 \times (125) = 87500000 \text{ mm}^3$$

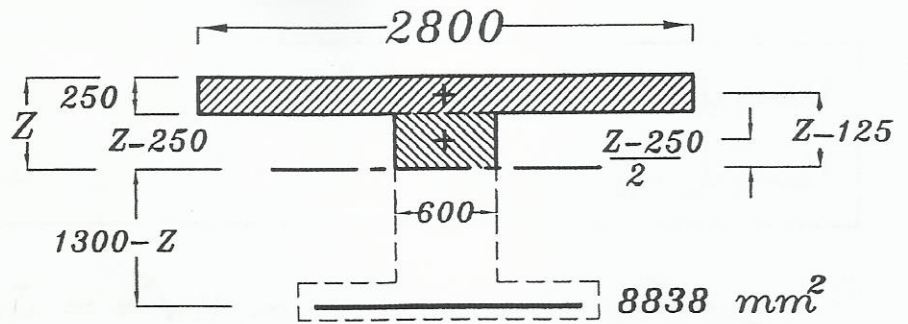
$$S_{nv. (under)} = 15 \times 8838 \times (1050) = 139198.5 \text{ mm}^3$$

$$\therefore S_{nv. (under)} > S_{nv. (above)}$$

$$\therefore Z > 250 \text{ mm}$$



① Take  $n = 15$

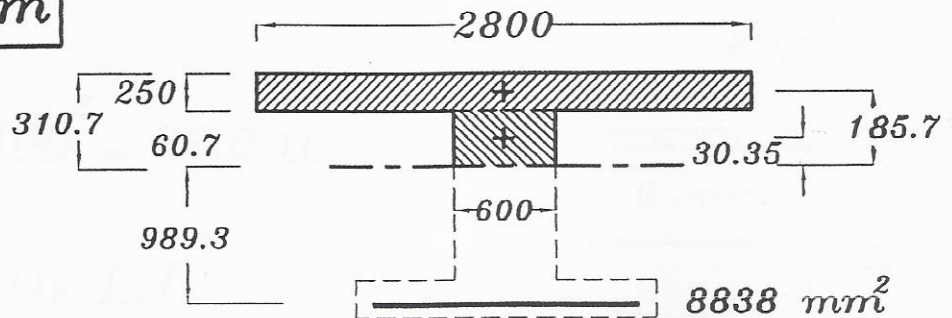


② Get  $Z$  by taking

$$S_{nv. \text{ above (N.A.)}} = S_{nv. \text{ under (N.A.)}}$$

$$(2800)(250)(Z - 125) + (600)(Z - 250)\left(\frac{Z - 250}{2}\right) = (15)(8838)(1300 - Z)$$

$$Z = 310.7 \text{ mm}$$



$$\begin{aligned} \textcircled{3} I_{nv} &= \frac{2800(250)^3}{12} + (2800)(250)(185.7)^2 + \frac{600(60.7)^3}{3} \\ &\quad + (15)(8838)(989.3)^2 = 157577886000 \text{ mm}^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} M_{wc} &= \frac{F_c * I_{nv}}{Z} \quad \text{----- not as T-Sec.} \\ &= \frac{10.5 * 157577886000}{310.7} = 5325290643 \text{ N.mm} \\ &= 5325.3 \text{ kN.m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{5} M_{ws} &= \frac{\left(\frac{F_s}{n}\right) * I_{nv}}{d - Z} \\ &= \frac{\left(\frac{200}{15}\right) * 157577886000}{1300 - 310.7} = 2123762741 \text{ N.mm} \\ &= 2123.7 \text{ kN.m} \end{aligned}$$

$$\textcircled{6} M_w = 2123.7 \text{ kN.m}$$



للتحويل من  $kN/m^2$  إلى  $kN/m$  نضرب في العرض بالمتر  
للتحويل من  $kN/m$  إلى  $kN/m^2$  نقسم على العرض بالمتر

$$W = O.W. + F.C. + L.L. = \checkmark kN/m$$

O.W. of the beam For 1.0 m.

$$= Volume * \gamma_c$$

$$= [0.25(2.8) + 0.95(0.6) + 0.20(1.6)] \quad (25)$$

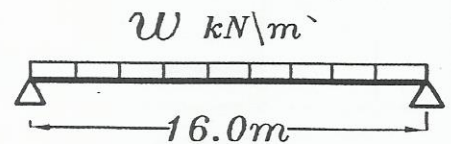
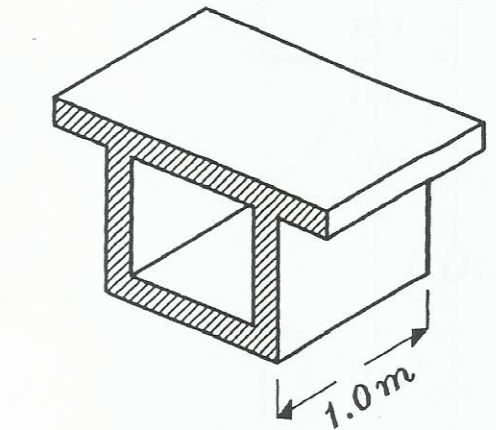
$$= 39.75 kN/m$$

$$M_{act.} = \frac{w L^2}{8} = \frac{w (16)^2}{8} = 32.0 w$$

To get the allowable L.L.

$$M_{act.} = M_w$$

$$32 w = 2123.7 kN.m \longrightarrow w = 66.36 kN/m$$



$$M_{act.} = \frac{w L^2}{8}$$

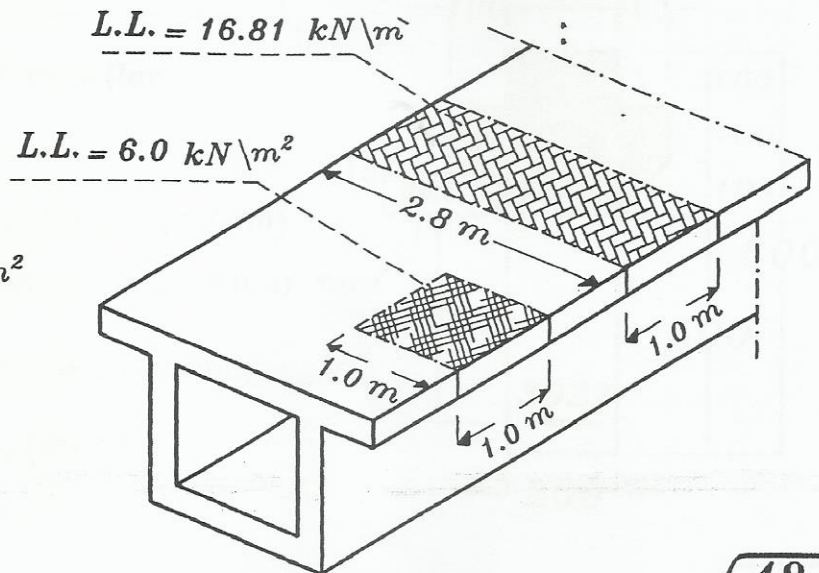
$$\therefore W = O.W. + F.C. + L.L. \text{ العرض بالمتر}$$

$$\therefore 66.36 = 39.75 + (3.5 * 2.8) + L.L. \longrightarrow L.L. = 16.81 kN/m$$

$$L.L. (kN/m^2) = \frac{L.L. (kN/m)}{\text{العرض بالمتر}}$$

$$\therefore L.L. = \frac{16.81}{2.80} = 6.0 kN/m^2$$

$$L.L. = 6.0 kN/m^2$$



## Example.

### Data.

$$F_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$$

$$F_y = 360 \text{ N/mm}^2$$

### Req.

Calculate  $M_w$

### Solution.

$$A_s = 8 \phi 25 = 8 \left[ \frac{\pi \cdot 25^2}{4} \right] = 3927 \text{ mm}^2$$

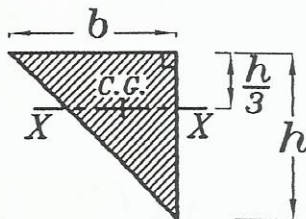
Allowable stresses

$$F_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2 \longrightarrow F_c = 9.5 \text{ N/mm}^2$$

$$F_y = 360 \text{ N/mm}^2 \longrightarrow F_s = 200 \text{ N/mm}^2$$

Inertia For right angle Triangle

$$I_x = \frac{b h^3}{36}$$



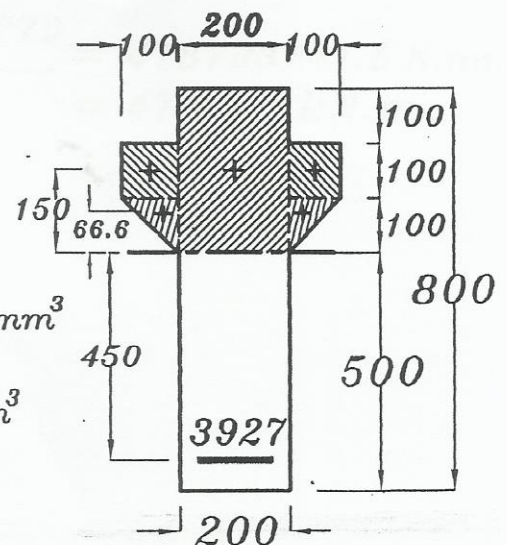
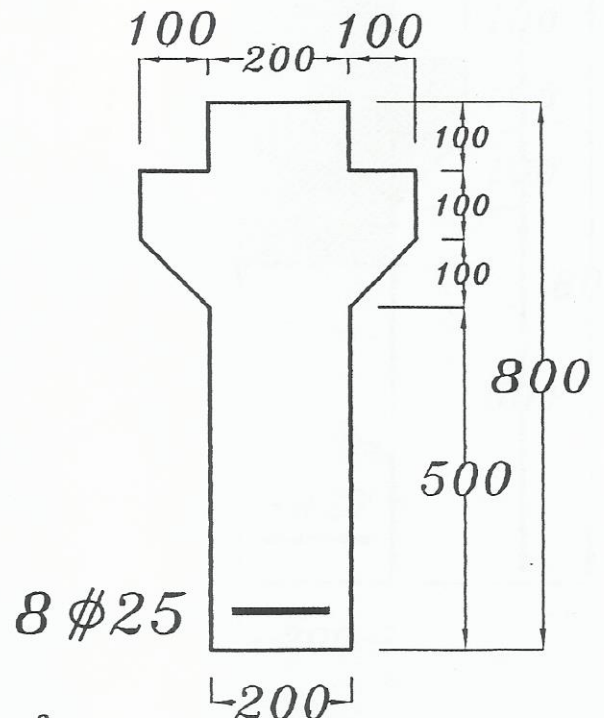
To know if  $Z$  is bigger or smaller than 300 mm

$$S_{nv. (above)} = (200)(300)(150) + 2(100)(100)(150) + 2\left(\frac{1}{2}\right)(100)(100)(66.6) = 12666000 \text{ mm}^3$$

$$S_{nv. (under)} = 15 \cdot 3927 \cdot (450) = 26507250 \text{ mm}^3$$

$$\therefore S_{nv. (under)} > S_{nv. (above)}$$

$$\therefore Z > 300 \text{ mm}$$



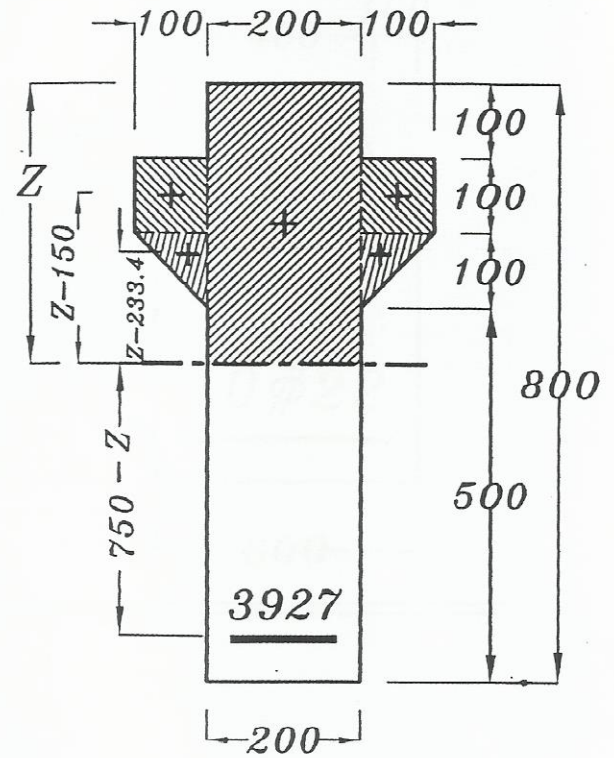


① Take  $n = 15$

② Get  $Z$  by taking  $S_{nv. \text{ above (N.A.)}} = S_{nv. \text{ under (N.A.)}}$

$$200(Z) \left(\frac{Z}{2}\right) + 2(100)(100)(Z-150) + 2\left(\frac{1}{2}\right)(100)(100)(Z-233.4) = (15)(3927)(750-Z)$$

$$Z = 387.77 \text{ mm}$$



③ Get  $I_{nv} = \frac{200(387.77)^3}{3} + 2\left(\frac{100 \cdot 100^3}{12}\right) + 2(100)(100)(387.77-150)^2 + 2\left(\frac{100 \cdot 100^3}{36}\right) + 2\left(\frac{1}{2}\right)(100)(100)(387.77-233.34)^2 + (15)(3927)(750-387.77)^2 = 13007509270 \text{ mm}^4$

④  $M_{wc} = \frac{F_c \cdot I_{nv}}{Z} = \frac{9.5 \cdot 13007509270}{387.77} = 318671733.5 \text{ N.mm} = 318.67 \text{ kN.m}$

⑤  $M_{ws} = \frac{\left(\frac{F_s}{n}\right) \cdot I_{nv}}{d-Z} = \frac{\left(\frac{200}{15}\right) \cdot 13007509270}{750-387.77} = 478793741.5 \text{ N.mm} = 478.7 \text{ kN.m}$

⑥  $M_w = 318.67 \text{ kN.m}$

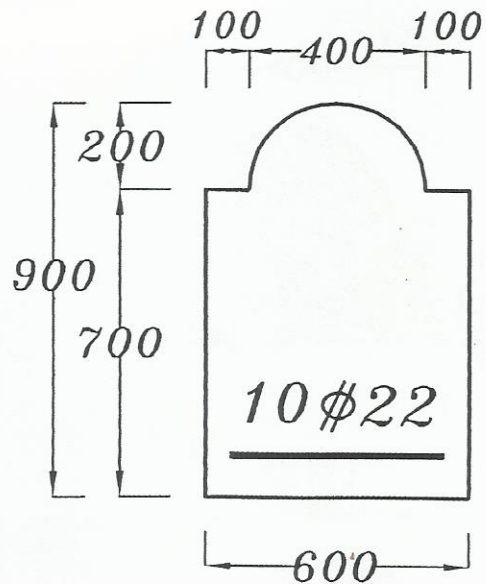
## Example.

Data.  $F_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2$

$F_y = 360 \text{ N/mm}^2$

Req.

Calculate  $M_w$



Solution.

$$A_s = 10 \# 22 = 10 \left[ \frac{\pi \cdot 22^2}{4} \right] = 3801 \text{ mm}^2$$

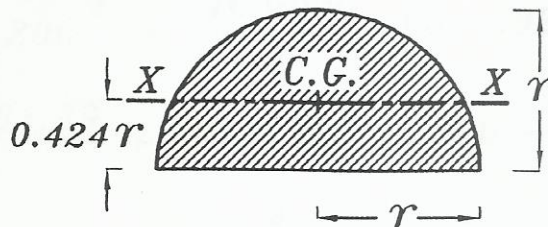
Allowable stresses

$$F_{cu} = 25 \text{ N/mm}^2 \longrightarrow F_c = 9.5 \text{ N/mm}^2$$

$$F_y = 360 \text{ N/mm}^2 \longrightarrow F_s = 200 \text{ N/mm}^2$$

Inertia For semi circle.

$$I_x = 0.11 r^4$$



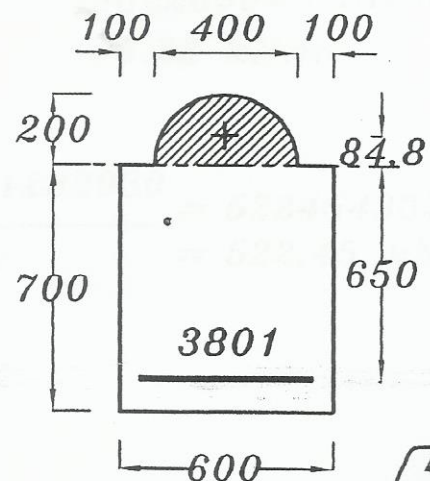
To know if  $Z$  is bigger or smaller than 200 mm

$$S_{nv. (above)} = \frac{\pi (200)^2}{2} (84.8) = 5328141.1 \text{ mm}^3$$

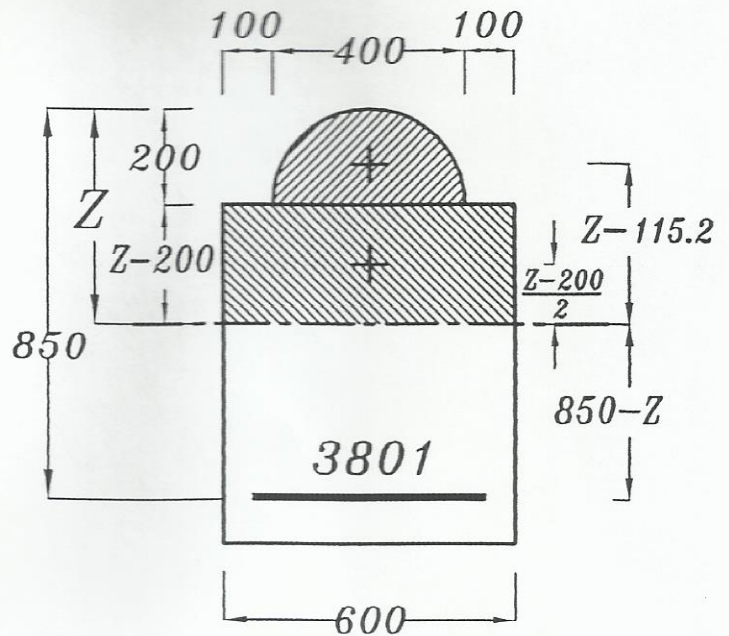
$$S_{nv. (under)} = 15 \cdot 3800 \cdot (650) = 37059750 \text{ mm}^3$$

$$\therefore S_{nv. (under)} > S_{nv. (above)}$$

$$\therefore Z > 200 \text{ mm}$$







① Take  $n = 15$

② Get  $Z$  by taking  $S_{nv. \text{ above (N.A.)}} = S_{nv. \text{ under (N.A.)}}$

$$\frac{\pi (200)^2}{2} (Z - 115.2) + (600) (Z - 200) \left( \frac{Z - 200}{2} \right)$$

$$= (15) (3801) (850 - Z)$$

$$Z = 381.92 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \text{ Get } I_{nv} &= 0.11 (200)^4 + \frac{\pi (200)^2}{2} (381.92 - 115.2)^2 \\ &+ \frac{600 * 181.89^3}{3} + (15) (3801) (850 - 381.92)^2 \\ &= 18341282030 \text{ mm}^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} M_{wc} &= \frac{F_c * I_{nv}}{Z} = \frac{9.5 * 18341282030}{381.92} = 456226904 \text{ N.mm} \\ &= 456.22 \text{ kN.m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{5} M_{ws} &= \frac{\left( \frac{F_s}{n} \right) * I_{nv}}{d - Z} = \frac{\left( \frac{200}{15} \right) * 18341282030}{850 - 381.92} = 522454339 \text{ N.mm} \\ &= 522.45 \text{ kN.m} \end{aligned}$$

$$\textcircled{6} M_w = 456.22 \text{ kN.m}$$